

# VIII Messgröße Frequenz

## VIII.1 Kalibrierverfahren

### VIII.1.1 Zeitbasen

Die Kalibrierung von Zeitbasen erfolgt durch direkte Messung mit einem Universalzähler wie z.B. PM6680B (Bild VIII.1). Die Zähler werden über die Normalfrequenzverteilung des Rubidiumstandards auf die Frequenz des GPS-Empfängers rückgeführt. Da diese Zähler jedoch auch der regelmäßigen Kalibrierung des eigenen internen Oszillators unterliegen, ist auch eine Nutzung im nicht synchronisierten Betrieb möglich. Vor Beginn jeder Messung ist die gewählte Referenzfrequenz (ob intern oder externe Referenz) zu überprüfen, da diese die Gesamtunsicherheit der Kalibrierung wesentlich beeinflusst. Auch muss durch eine "Kurzschlussmessung" mit einem durch dieselbe Normalfrequenz synchronisierten Generator die Funktionalität des Messaufbaus sichergestellt werden. Nur wenn sich eingestellter und gemessener Wert nicht unterscheiden (Übereinstimmung auf  $\pm 1$  D), darf die Kalibrierung durchgeführt werden. Das Messergebnis der meisten Zähler umfasst 10 Stellen, durch Subtraktion mit der MATH-Funktion des Zählers können zwei weitere (sonst nur intern vorhandene) Stellen zur Anzeige gebracht werden, MATH (K·X+L)/M mit K=1; L= -10E6; M=1. Hochauflösende digitale Zähler wie Keysight 53230A zeigen sogar 15 Stellen an, so dass eine Direktmessung mit Auflösungen auf  $1 \cdot 10^{-14}$  möglich ist.

Triggerfehler des Normals werden durch die Erfassung von Mehrfachmesswerten berücksichtigt.

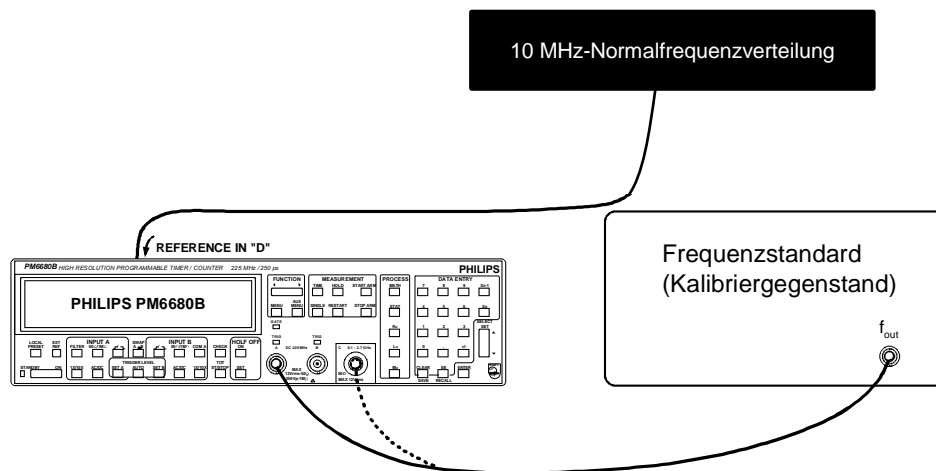


Bild VIII.1: Kalibrierung von Zeitbasen/Frequenzstandards

Bei niedrigen Frequenzen ( $f \leq 10$  MHz) und Genauigkeiten, die am Zähler in Direktmessung nicht mehr abgebildet werden können, kann die Bestimmung der relativen Frequenzunsicherheit durch Phasenzzeitdifferenzmessungen erfolgen. Die relative Frequenzdifferenz ergibt sich dabei aus der zeitlichen Änderung der gemessenen Phasenzzeitdifferenzen dividiert durch die Messzeit gemäß der Formel

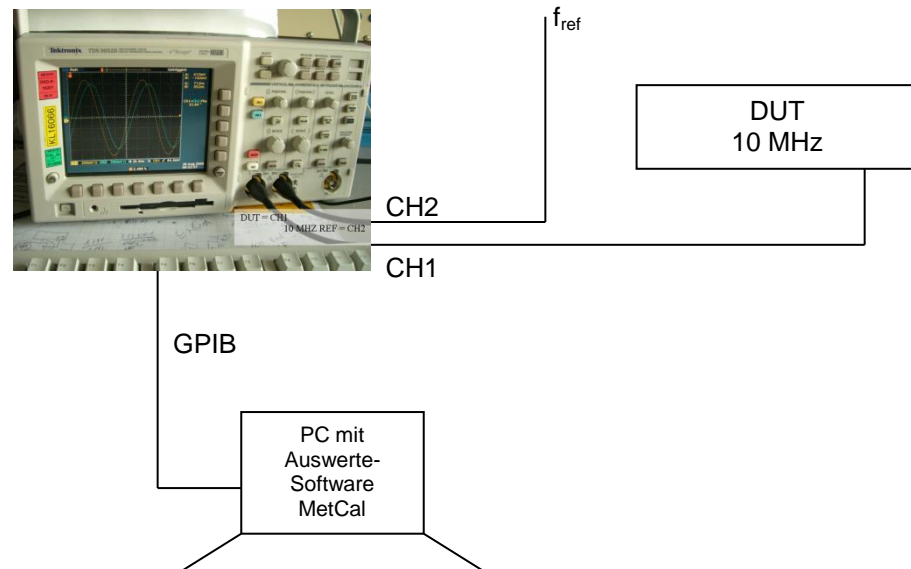
$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{\varphi(t_2) - \varphi(t_1)}{2\pi \cdot f \cdot (t_2 - t_1)}$$

Der Wert der Phasenzzeit  $\frac{\varphi}{2\pi \cdot f}$  wird durch eine Zeitintervallmessung mit einem Universalzähler (wie z.B. PM6680B) oder einem Oszilloskop ermittelt.

Ausgabe:	erstellt	geprüft/genehmigt	Kapitel	Seite
DMS.41	von: PF am: 06.08.2018	von: s. DMS am: s. DMS	Qualitätsmanagementhandbuch - VIII Messgröße Frequenz	1

### Phasendifferenzzeitmessung am Oszilloskop

An einem Oszilloskop kann über die kontinuierliche Aufzeichnung und Ermittlung der Phasendifferenz zwischen Test- und Referenzsignal die relative Frequenzabweichung gemessen werden:



### VIII.1.2 Frequenzzähler

Frequenzzähler werden an einem der Signalgeneratoren wie z.B. Marconi 2031, Rohde & Schwarz SMP04, Wavetek 395 etc. kalibriert (Bild VIII.2). Die Generatoren können durch PLL-gesteuerte Synthesizer Frequenzen im Bereich von 1 mHz bis 40 GHz aus der Referenzfrequenz erzeugen. Wie in VIII.1.1 genannt ist vor Beginn jeder Messung die gewählte Referenzfrequenz (ext. Ref.) zu überprüfen und es muss ebenfalls durch eine "Kurzschlussmessung" mit einem durch dieselbe Normalfrequenz synchronisierten Zähler die Funktionalität des Messaufbaus sichergestellt werden. Nur wenn sich eingestellter und gemessener Wert nicht unterscheiden darf die Kalibrierung durchgeführt werden.

Triggerfehler des Messobjektes werden durch die Erfassung von Mehrfachmesswerten berücksichtigt.

Die relevanten Einstellungen des Kalibriergegenstandes werden im Kalibrierschein vermerkt, sie richten sich üblicherweise nach den Vorschriften des Herstellers, Abweichungen können auf Wunsch des Kunden erfolgen.

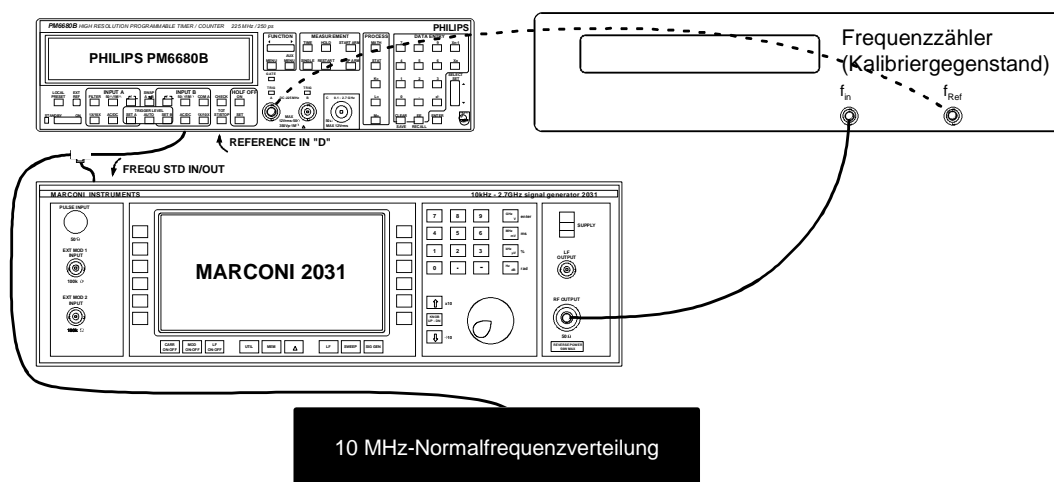


Bild VIII.2 Kalibrierung von Frequenzzählern

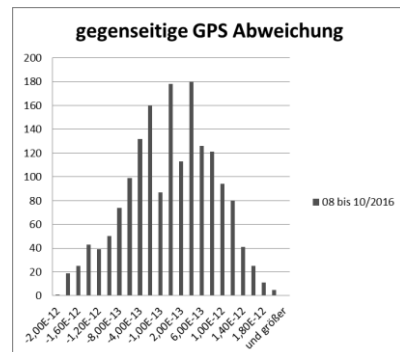
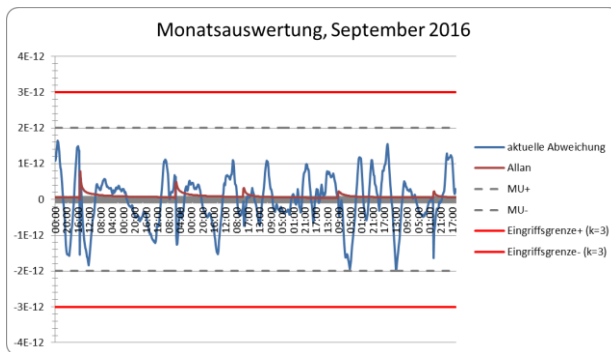
Ausgabe:	erstellt	geprüft/ genehmigt	Kapitel	Seite
DMS.41	von: PF am: 06.08.2018	von: s. DMS am: s. DMS	Qualitätsmanagementhandbuch - VIII Messgröße Frequenz	2

## VIII.2 Messunsicherheit

### VIII.2.1 Erzeugung von Frequenzen im Bereich 0,01 Hz bis 40 GHz

Das Frequenznormal besteht aus einem hochstabilen Rubidiumoszillator, der nach den Spezifikationen des Herstellers im Freilaufbetrieb eine Drift von weniger als  $5 \cdot 10^{-11}$  pro Monat besitzt. Die Kurzzeitstabilität liegt für eine Messdauer von 100 s bei  $\leq 8 \cdot 10^{-13}$ .

Um den absoluten Wert der Referenzfrequenz bei 10 MHz zu halten wird durch einen GPS-Empfänger die Abweichung der Rubidiumfrequenz anhand der empfangenen Trägerfrequenz minimiert. Um den permanenten Empfang und die fehlerfreie Verteilung im Labor zu garantieren, steht ein weiterer GPS-Empfänger mit nachgeführtem 10 MHz Oszillator zur Verfügung. Die Frequenzgänge dieser beiden Normale werden an einem hochauflösendem Zähler (Keysight 53230A) permanent gegeneinander verglichen. Die Messdaten werden dabei kontinuierlich in eine Datei geschrieben (siehe [K:\Intranet\DKD-QS\DKD\Ringvergleiche\intern\Frequenznormale](#)). Die beobachteten Änderungen werden permanent auf die gegenseitige Unsicherheit der beiden Frequenznormale überprüft (als Akzeptanzkriterium gilt  $E_n \leq 1$ ), typischerweise liegen sie  $\leq 1 \cdot 10^{-12}$ . Selbst im Freilaufbetrieb (z.B. bei Synchronisationsverlust) wird angenommen, dass diese Übereinstimmung über wenige Stunden bis zur Feststellung der Abweichung oder nächsten Synchronisation aufrecht erhalten werden kann.



exemplarische Auswertung des permanenten Frequenzvergleichs<sup>1</sup> und Auswertung der gegenseitigen Abweichung

### Modellgleichung

$$f_{\text{Synthese}} = f_{\text{eingestellt}} \cdot K_{f, \text{Ref}} \cdot K_{\Delta f, \text{Ref}} \cdot K_{\text{Trigger}} \cdot K_{\text{Drift}}$$

mit

$f_{\text{Synthese}}$  synthetisierte Frequenz durch PLL-Kopplung

$f_{\text{eingestellt}}$  eingestellte Frequenz am Generator

$K_{f, \text{Ref}}$  Korrektionsfaktor der Zeitbasis des Generators. Wird der Generator mit externer 10 MHz Versorgung gespeist gilt  $K_{f, \text{Ref}} = 1$ . Sofern die interne Oszillatorfrequenz verwendet wird kann diese Abweichung korrigiert werden. Ohne Korrektion kann eine Berücksichtigung der eigenen Frequenzabweichung als u-verteilter Unsicherheitsbeitrag erfolgen oder es wird die Herstellerspezifikation als („worst case“) Intervallgrenze einer Rechteckverteilung angenommen.

$K_{\Delta f, \text{Ref}}$  Korrektionsfaktor der Zeitbasis der externen 10 MHz Versorgung. Sofern von idealem Anschluss an die Normalfrequenzen von GPS ausgegangen wird ist dieser Anteil sehr klein und wird durch Kontrollmessungen zweier GPS-disziplinerter-Rubidiumfrequenznormale gegeneinander abgeschätzt.

<sup>1</sup> [K:\Intranet\DKD-QS\DKD\Ringvergleiche\intern\Frequenznormale](#)

Ausgabe:	erstellt	geprüft/genehmigt	Kapitel	Seite
DMS.41	von: PF am: 06.08.2018	von: s. DMS am: s. DMS	Qualitätsmanagementhandbuch - VIII Messgröße Frequenz	3

Typisch ergeben sich  $1,0 \cdot 10^{-12}$  (Normalverteilung). Ansonsten wird die Herstellerspezifikation der verwendeten Zeitbasis als „worst case“ Intervallgrenze einer Rechteckverteilung angenommen.

$K_{Trigger}$  Korrektur durch statistische Triggerabweichung des Messobjektes durch nicht ideale PLL-Synthese, Rauschen in den Eingangsstufen, Flankensteilheit oder Hysterese am Triggerpunkt. In der Regel liegt diese in der Größenordnung der letzten signifikanten Anzeigestelle.

$K_{Drift}$  Wird ein Generator an der eigenen Oszillatorfrequenz betrieben so muss deren Drift bei der Synthese berücksichtigt werden. Die Langzeitdrift kann durch den Vergleich von aufeinander folgenden Kalibrierungen ermittelt werden. Wird die Herstellerspezifikation eines Generators im Freilaufbetrieb verwendet, so ist dieser Anteil üblicherweise bereits im Beitrag von  $K_{f,Ref}$  enthalten.

**Tabellarische Darstellung der Messunsicherheitsbilanz:**

Größe $X_i$	Schätzwert $x_i$	Halbbreite $a$	Verteilung	Unsicherheit $w(x_i)$	Sensitivität skoeffizient $ c_i ^2$	Unsicherheitsbeitrag $w_i(y)^3$
$f_{Synthese}$	$f_{eingestellt}$					
$K_{f,Ref}$	1	$a_{Ref}$	Rechteck	$\frac{a_{Ref}}{\sqrt{3}}$	1	$W_{Ref}$
$K_{\Delta f,Ref}$	1	$a_{\Delta,Ref}$	Normal	$a_{\Delta,Ref}$	1	$W_{\Delta,Ref}$
$K_{Trigger}$	1	$s_{Trigger}$	Normal	$\frac{s_{Trigger}}{\sqrt{n}}$	1	$W_{Trigger}$
$K_{Drift}$	1	$a_{Drift}$	Rechteck	$\frac{a_{Drift}}{\sqrt{3}}$	1	$W_{Drift}$
$f_{Synthese}$	Standardunsicherheit			$w(f_{Synthese}) = \sqrt{\sum_{i=1}^N c_i^2 u_i^2(y)}$		$w(f_{Synthese})$
	rel. erweiterte Messunsicherheit (k=2)			$W(y) = k \cdot w(y)$		$W(y)$
	abs. erweiterte Messunsicherheit			$U(y) = W(y) \cdot f_{Synthese}$		$U(y)$

$$^2 c_i = \frac{\partial f}{\partial K_i}$$

<sup>3</sup> relative Beiträge werden mit  $w$  referenziert; absolute Beiträge mit  $u$

eingesetzt ergibt sich ( $f_{\text{Synthese}}=10 \text{ MHz}$ , synchronisiert über GPS, Messobjekt Keysight 53230A<sup>4</sup>, Messzeit 1000 Sekunden):

Größe	Schätzwert	Halbbreite	Verteilung	Unsicherheit	Sensitivität skoeffizient	Unsicherheitsbeitrag
$X_i$	$x_i$	$a$		$w(x_i)$	$ c_i $	$w_i(y)$
$f_{\text{Synthese}}$	$f_{\text{eingestellt}}$					
$K_{f,Ref}$	1	-	-	-	-	-
$K_{\Delta f,Ref}$	1	$1,0 \cdot 10^{-12}$	Normal	$1,0 \cdot 10^{-12}$	1	$1,0 \cdot 10^{-12}$
$K_{\text{Trigger}}$	1	$\frac{0,01 \mu\text{Hz}}{10 \text{ MHz}}$	Normal	$1 \cdot 10^{-15}$	1	$1 \cdot 10^{-15}$
$K_{\text{Drift}}$	1	-	-	-	-	-
$f_{\text{Synthese}}$	Standardunsicherheit			$w(f_{\text{Synthese}}) = \sqrt{\sum_{i=1}^N c_i^2 w_i^2(y)}$		$1,0 \cdot 10^{-12}$
	rel. erweiterte Messunsicherheit (k=2)			$W(y) = k \cdot w(y)$		$2,0 \cdot 10^{-12}$

**Ergebnisse:**

Bereich	Verfahren	$U_{\text{Gesamt}}$
0 Hz bis 40 GHz	digitale Frequenzsynthese	$2,0 \cdot 10^{-12} \cdot f + U_{\text{Trigger}}$

**VIII.2.2 Frequenzmessung durch Phasenzeitdifferenzmessung**

Die Messung der Frequenzen 1 MHz, 2 MHz, 3 MHz, 4 MHz, 5 MHz, 6 MHz, 7 MHz, 8 MHz, 9 MHz und 10 MHz kann mit einem Oszilloskop durch eine Phasenzeitdifferenzmessung (siehe VIII.1.1) erfolgen.

**Modellgleichung**

$$\frac{\Delta f_{DUT}}{f_{DUT}} = \frac{\Delta T}{t} \cdot K_{f,Ref} \cdot K_{\Delta f,Ref} \cdot K_{\phi} \cdot K_t$$

mit

- $\frac{\Delta f_{DUT}}{f_{DUT}}$  gesuchte rel. Frequenzabweichung des Messobjektes
- $f_{DUT}$  Phasendifferenzzeit im Messintervall t
- $\Delta T$  Messintervall (Messzeit) >1 h
- $K_{f,Ref}$  Korrektionsfaktor der 10 MHz Vergleichsfrequenz. Wird der Generator mit externer 10 MHz Versorgung gespeist gilt  $K_{f,Ref} = 1$
- $K_{\Delta f,Ref}$  Korrektionsfaktor der Zeitbasis der externen 10 MHz Versorgung, siehe Abs. VIII.2.1
- $K_{\phi}$  Korrektion durch die endliche Auflösung der Phasenlage zwischen Signal 1 und Signal 2. Werte ergeben sich bei Nutzung des Oszilloskops mit einer

<sup>4</sup> Der Triggerfehler dieses möglichen (besten) Messobjektes ist bereits im Unsicherheitsbeitrag von  $K_{\Delta f,Ref}$  enthalten, da die durchschnittliche Streuung der Kontrollmessungen auf der Auswertung dessen Frequenzmessungen basieren. Im Rechenbeispiel wird daher lediglich die letzte signifikante Anzeigestelle als zusätzlicher Unsicherheitsbeitrag verwendet.

$$\text{Auflösung von } 0,1^\circ \text{ bis } 0,5^\circ \text{ von etwa } a_\varphi = \frac{0,14 \text{ ns}}{3600 \text{ s}} = 3,9 \cdot 10^{-14}$$

$K_t$  Die Messzeit  $t$  muss ausreichend groß sein. Sie wird am Einfachsten mit einer Stoppuhr oder im automatisierten Messaufbau durch die Software bestimmt. Messzeiten von mindestens einer Stunde sind zu empfehlen um diesen Einfluss vernachlässigbar klein zu halten. Die Bestimmung der Messzeit mit der Software unterliegt einer Unsicherheit von wenigen Zehntelsekunden, im „worst case“ wird ein Wert von 0,2 s für die Unsicherheit bei der Bestimmung der Messzeit abgeschätzt.

Diese Unsicherheit der Zeitmessung ergibt einen zusätzlichen Ablesefehler bei der Bestimmung der Phasenzeitdifferenz. Die Phasenzeitdifferenzmessung wird in der Regel nur bei der Kalibrierung von Referenzfrequenzen eingesetzt, deshalb wird hier eine relative Frequenzunsicherheit der zu messenden Frequenz von maximal  $10^{-9}$  angenommen. Dies ergibt bei der minimalen Messzeit von 1 h eine Phasenzeitdifferenz von 3,6  $\mu\text{s}$ . Die Änderung der Phasenzeitdifferenz im Ablesezeitraum von 0,2 s beträgt unter diesen Voraussetzungen maximal 0,2 ns. Dies entspricht also einem relativen Unsicherheitsintervall von  $0,56 \cdot 10^{-13}$ .

Zur experimentellen Bestätigung dieser Abschätzungen wurde die Referenzfrequenz des Rubidiumoszillators auf beide Eingänge des Oszilloskops gegeben. Es wurde im Verlauf der Messzeit von einer Stunde eine Phasenzeit von  $<0,2 \text{ ns}$  bzw. eine rel. Abweichung von  $<5 \cdot 10^{-14}$  angezeigt, was etwa das „Messrauschen“ des Verfahrens darstellt.

Da als wesentlicher Anteil lediglich der Beitrag von  $K_{\Delta f, Ref_1}$  also die Frequenzunsicherheit selbst, in das Ergebnis eingeht kann analog zu VIII.2.1 gezeigt werden:

Wert	Verfahren	$U_{\text{Gesamt}}$
1 MHz bis 10 MHz in Schritten von 1 MHz	Phasendifferenzzeitmessung	$2,0 \cdot 10^{-12} \cdot f$

### VIII.2.3 Digitale Frequenzmessung auf Zählbasis

Zur digitalen Frequenzmessung auf Zählbasis werden Universalzähler wie Philips PM6680B oder ähnlich verwendet. Zur Rückführung der Frequenz wird der Zähler mit der externen Referenzfrequenz des Rubidiumoszillators versorgt. Neben der Unsicherheit der externen Referenzspeisung sind lediglich die endliche Auflösung und die Triggerunsicherheit (Anzeigerauschen) bei der Bestimmung der Messunsicherheit von Bedeutung. Die tatsächliche Triggerunsicherheit lässt sich durch Mehrfachmesswerte mit deren empirischer Standardunsicherheit bestimmen. In der Regel liegt diese in der Größenordnung der letzten signifikanten Anzeigestelle. Demzufolge kann die MU-Bilanz aus VIII.2.1 verwendet werden.

Mit der niederwertigsten Stelle (LSD) des jeweils verwendeten Zählers ergibt sich

Bereich	Verfahren	$U_{\text{Gesamt}}$
0 Hz bis 40 GHz	digitale Messung auf Zählbasis	$\sqrt{(2,0 \cdot 10^{-12} \cdot f)^2 + u_{\text{Trigger}}^2 + \left(\frac{0,5 \cdot \text{LSD}}{\sqrt{3}}\right)^2}$





Beispielbudget für die Bestimmung eines Zeitintervalls von 60 s mit einer Stoppuhr der nominellen Abweichung von 1 s/d

Größe	Schätzwert	Halbbreite	Verteilung	Unsicherheit	Sensitivität skoeffizient	Unsicherheitsbeitrag
$X_i$	$x_i$	$a$		$w(x_i)$	$ c_i $	$w_i(y)$
$t_{DUT}$	60 s					
$K_{Af,Ref}$	1	1 s/d	Rechteck	$\frac{1 s}{86400 s\sqrt{3}}$	1	$6,7 \cdot 10^{-6}$
$K_{Digit}$	1	0,005 s	Rechteck	$\frac{0,005 s}{60 s\sqrt{3}}$	1	$83 \cdot 10^{-6}$
$K_{Trigger, Start}$	1	0,5 s	Rechteck	$\frac{0,5 s}{60 s\sqrt{3}}$	1	$4,8 \cdot 10^{-3}$
$K_{Trigger, Stop}$	1	0,5 s	Rechteck	$\frac{0,5 s}{60 s\sqrt{3}}$	1	$4,8 \cdot 10^{-3}$
$t_{DUT}$	Standardunsicherheit			$w(t_{DUT}) = \sqrt{\sum_{i=1}^N c_i^2 u_i^2(y)}$		$6,8 \cdot 10^{-3}$
	rel. erweiterte Messunsicherheit (k=2)			$W(y) = k \cdot w(y)$		$14 \cdot 10^{-3}$
	abs. erweiterte Messunsicherheit (k=2)			$U(y) = W(y) \cdot t_{DUT}$		0,82 s

### VIII.3 Kalibrierung von Drehzahl

Die Messgröße Drehzahl kann direkt auf die stabilisierte Frequenzmessung rückgeführt werden.

#### VIII.3.1 Kalibrierung von Stroboskopen

Zur Kalibrierung von Stroboskopen wird üblicherweise ein Fototransistor wie TFK BPW 14A 622 in open-collector Schaltung verwendet, dessen Ausgangssignal direkt auf einen der elektronischen Zähler gekoppelt werden kann. Im üblichen Arbeitsbereich von 1 U/min bis 200000 U/min (ca.  $0,02 s^{-1}$  bis  $3500 s^{-1}$ ) garantiert der Empfänger verlässliche Ergebnisse.

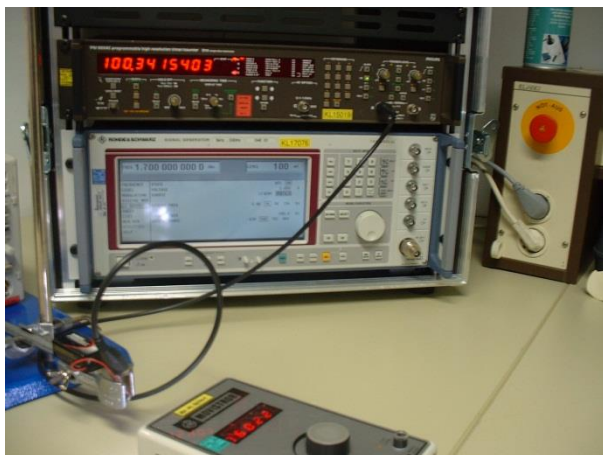


Bild VIII.3.1a Stroboskop über Fototransistor am Zähler

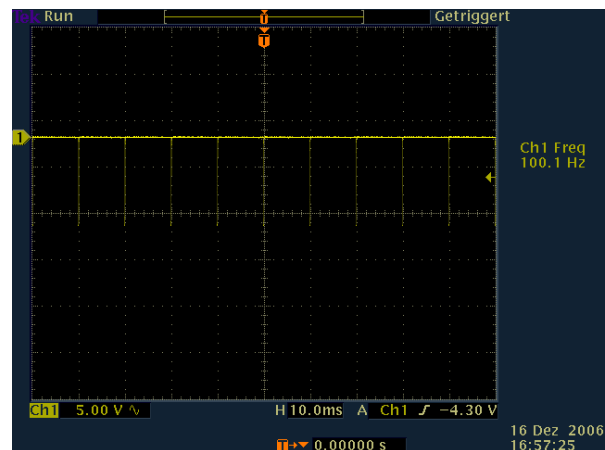


Bild VIII.3.1b Ausgangssignal am Oszilloskop

Die Modellgleichung dieses Messverfahrens formuliert sich als

$$f_{Strobo} = f_{Zähler} + \mathcal{F}_{Uf} + \mathcal{F}_{Stab} + \mathcal{F}_{System} + \mathcal{F}_{Res}$$

mit

<b>Ausgabe:</b> DMS.41	<b>erstellt</b> von: PF am: 06.08.2018	<b>geprüft/genehmigt</b> von: s. DMS am: s. DMS	<b>Kapitel</b> Qualitätsmanagementhandbuch - VIII Messgröße Frequenz	<b>Seite</b> 8
---------------------------	--	---	---	-------------------



- $f_{Strobo}$       gesuchte Blitzfrequenz des Stroboskops
  
- $f_{Zähler}$       gemessene Frequenz am Zähler. Die Abweichung durch die Messunsicherheit bei elektronischer Zählmessung ist gegen die übrigen Einflüsse vernachlässigbar klein.
  
- $\delta f_{Stab}$       Kurzzeitstabilität des Stroboskopblitzes. Mit dem eigenen Stroboskop wurden z. B. Kurzzeitschwankungen von max.  $0,03 \text{ s}^{-1}$  für Frequenzen größer 60 Hz festgestellt. Für die kleinste angebbare Unsicherheit kann dieser Anteil jedoch zunächst unberücksichtigt bleiben, bei der konkreten Messung wird der Beitrag üblicherweise durch die Erfassung von Mehrfachmesswerten ermittelt
  
- $\delta f_{System}$       Eine mögliche Systemabweichung wurde empirisch durch Messung des Signals am Transistorausgang bei Beleuchtung mit Pulsen über eine Sendediode ermittelt. Die Photodiode war dazu direkt am  $50 \Omega$  Ausgang eines zeitbasisstabilisierten Generators angeschlossen. Im Bereich von 1 Hz bis 10 kHz ergaben sich statistische Abweichungen von maximal  $3 \cdot 10^{-6}$ , die als Grenzen einer Rechteckverteilung angenommen werden.

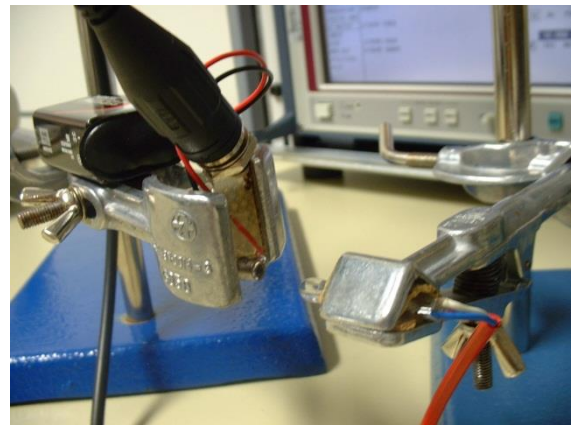
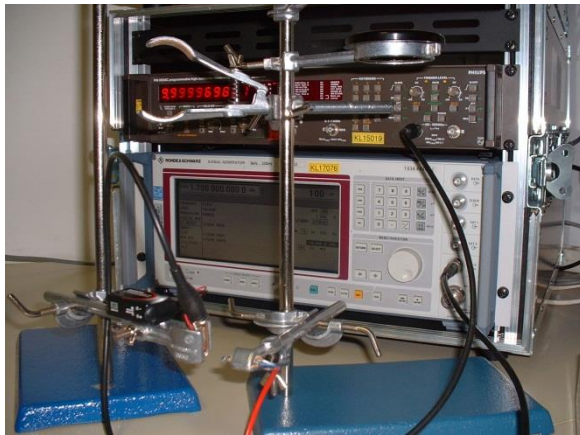


Bild VIII.3.2 Systemverifikation am Zähler über Sendediode als Lichtimpulsgeber

- $\delta f_{Res}$       Rundungsabweichung durch die letzte dokumentierte Stelle des Ergebnisses (max.  $\pm 1$  Digit)

<b>Ausgabe:</b> DMS.41	<b>erstellt</b> von: PF am: 06.08.2018	<b>geprüft/genehmigt</b> von: s. DMS am: s. DMS	<b>Kapitel</b> Qualitätsmanagementhandbuch - VIII Messgröße Frequenz	<b>Seite</b> 9
---------------------------	--	---	---	-------------------

**Messunsicherheitsbilanz:**

Für die dem Ergebnis beizuordnende Standardmessunsicherheit ergibt sich mit allen Sensitivitätskoeffizienten  $|c_i|=1$  daraus:

$$u_{f,Strobo}^2 = u_f^2 + u_{Stab}^2 + u_{System}^2 + u_{Res}^2$$

**Tabellarische Darstellung der Messunsicherheitsbilanz:**

Größe $X_i$	Schätzwert $x_i$	Standard- messunsicherheit $u(x_i)$	Verteilung	Sensitivitäts- koeffizient $ c_i $	Unsicherheits- beitrag $u_i(y)$
$f$	$\bar{f}$	$U_f/2$	Normal	1	$u_f$
$\delta f_{Stab}$	0	$\Delta(\delta f_{Stab})/\sqrt{3}$	Rechteck	1	$u_{Stab}$
$\delta f_{System}$	0	$\Delta(\delta f_{System})/\sqrt{3}$	Rechteck	1	$u_{System}$
$\delta f_{Res}$	0	$\Delta(\delta f_{Res})/\sqrt{3}$	Rechteck	1	$u_{Res}$
$f_{Strobo}$	$\bar{f}$				$u_{f,Strobo}$

Mit den oben aufgeführten Größen ergibt sich gemäß DKD-3:2002 Abschnitt 4 aus der Modellgleichung für die dem Ergebnis  $\Delta Y$  beizuordnende erweiterte Messunsicherheit ( $k=2$ ) die **relative erweiterte Messunsicherheit ( $k=2$ ):**

$$W_{rel}(f_{Strobo}) = 2 \frac{u_{f,Strobo}}{f_{Strobo}}$$

eingesetzt ergibt sich im Idealfall, z.B. 1 Hz:

Größe $X_i$	Schätzwert $x_i$	Standard- messunsicherheit $u(x_i)$	Verteilung	Sensitivitäts- koeffizient $ c_i $	Unsicherheits- beitrag $u_i(y)$
$f$	1,0 Hz	$1 \cdot 10^{-9}$ Hz	Normal	1	$1 \cdot 10^{-9}$ Hz
$\delta f_{Stab}$	0	0 Hz	Rechteck	1	0 Hz
$\delta f_{System}$	0	$3 \cdot 10^{-6}$ Hz / $\sqrt{3}$	Rechteck	1	$1,7 \cdot 10^{-6}$ Hz
$\delta f_{Res}$	0	$1 \cdot 10^{-6}$ Hz / $\sqrt{3}$	Rechteck	1	$0,6 \cdot 10^{-6}$ Hz
$f_{Strobo}$	100,0 Hz				$1,8 \cdot 10^{-6}$ Hz

$$W_{rel}(f_{Strobo}) = 2 \frac{1,8 \cdot 10^{-6} \text{ Hz}}{1 \text{ Hz}} = 3,7 \cdot 10^{-6}$$

**VIII.3.2 Kalibrierung von Drehzahlmessgeräten**

Bei der Kalibrierung von Drehzahlmessgeräten wird üblicherweise ein Lichtimpulsgeber wie in XXIII.1 (Photodiode) verwendet. Alternativ wird mit einem Stroboskop, dessen Pulsfrequenz gleichzeitig über einen Fototransistor mitgemessen („gemonitort“) wird, das Messobjekt kalibriert. Erfolgt die Drehzahleinkopplung mechanisch, so erfordert diese Methode ebenfalls die laufende Drehzahlüberwachung nach dem o. g. Prinzip. Für die erweiterte Unsicherheit der so „simulierten“ oder erzeugten Drehzahl  $U_{f,Drehzahl}$  gilt dann

$$U_{f,Drehzahl} = U_{f,Strobo}$$

**VIII.3.3 Kalibrierung von Drehzahlgebern**

Drehzahlen von drehenden Wellen, Rührfischen o.dgl. können in direkter Messung über ein kalibriertes Drehzahlmessgerät z.B. KL15012, esz-ID: 002143 erfasst werden. Hier muss auf ausreichenden Kontrast beispielsweise zwischen der Welle und einem andersartig reflektierenden Marker geachtet werden, sodass das Drehzahlmessgerät den Wechsel aus hellen/dunklen Sektionen

detektieren kann. Soll die Drehzahl flügelartiger Körper erfasst werden, muss die Anzeige des Drehzahlmessgerätes durch die Anzahl der Rotorteile geteilt werden, z.B. bei einem Rotor mit zwei Blättern also durch Zwei. Die Messunsicherheit errechnet sich bestenfalls aus der Kalibrierunsicherheit bzw. aus Spezifikation und Kalibrierunsicherheit, wenn der Drehzahlmesser vor der Messung nicht nochmals eingemessen wird.

## VIII.4 Kalibrierung von Uhren und Handzeitmessgeräten

Zur Kalibrierung von Uhren steht u.a. der Uhrenprüfstand Greiner Vibrograf B600 zur Verfügung. Das Gerät ermittelt akustisch oder elektromagnetisch die Gangabweichung von mechanischen oder elektrischen Quarzuhren über Mikrofon oder elektromagnetische Aufnehmer. Die Abweichung dieser Geräte kann durch Kalibrierung gegenüber der Zeit- und Frequenznormale des Labors ermittelt werden<sup>5</sup>. Die Ablesung erfolgt als Abweichung in Sekunden pro Tag bei einer kleinsten Auflösung von 0,01 s/Tag (bzw. s/d).

### Modellgleichung

$$\Delta T = \Delta T_{gemessen} \cdot K_{Zeitbasis} \cdot K_{Auflösung} \cdot K_{Wiederholung} \cdot K_{Kalibrierung}$$

mit

$\Delta T$	gesuchte Gangabweichung des Messobjektes
$\Delta T_{gemessen}$	gemessene (abgelesene) Gangabweichung am Normal. Eine einzelne Messung erfolgt etwa über das Intervall von einer Minute.
$K_{Zeitbasis}$	Korrektur bedingt durch die eigene Zeitbasisabweichung des Normals vom Referenzwert. Aus den Re-Kalibrierungen ist bekannt, dass das Gerät mit maximalen Abweichungen und Driften $<1 \cdot 10^{-6}$ während eines Kalibrierintervalls arbeitet. Wird die Abweichung gegenüber der Normalfrequenz ermittelt und korrigiert liegt die Zeitbasisunsicherheit nur noch im Rahmen der externen Normalfrequenz (vgl. VIII.2.1)
$K_{Auflösung}$	die beste Auflösung beträgt 0,01 s/Tag ( $1,1 \cdot 10^{-7}$ )
$K_{Wiederholung}$	Bei mechanischen Uhren empfiehlt es sich eine Mittelung über mehrere Messungen durchzuführen. Gute elektrische Quarzuhren erlauben eine Wiederholbarkeit besser als 0,01 s/Tag bis 0,05 s/Tag ( $6 \cdot 10^{-7}$ ). Dieses Intervall als maximale Grenze einer Rechteckverteilung muss erst bei der Messung selbst (Mehrfachmesswert), jedoch nicht bei der Ermittlung der kleinsten angebbaren Unsicherheit berücksichtigt werden.
$K_{Kalibrierung}$	Korrektur bedingt durch die Unsicherheit der Kalibrierung und Rückführung, die deutlich besser $1,0 \cdot 10^{-8}$ realisiert werden kann

<sup>5</sup> <http://dmsserver/technik/Arbeitsanweisungen/AA0181-Kalibrierumfang-esz-Zeitwaagen.docx>

Ausgabe:	erstellt	geprüft/genehmigt	Kapitel	Seite
DMS.41	von: PF am: 06.08.2018	von: s. DMS am: s. DMS	Qualitätsmanagementhandbuch - VIII Messgröße Frequenz	11

**Tabellarische Darstellung der Messunsicherheitsbilanz:**

Größe $X_i$	Schätzwert $x_i$	Halbbreite $a$	Verteilung	Unsicherheit $w(x_i)$	Sensitivität skoeffizient $ c_i ^6$	Unsicherheitsbeitrag $w_i(y)$
$\Delta T$	$\Delta T_{gemessen}$					
$K_{Zeitbasis}$	1	$2 \cdot 10^{-12}$	Normal	$\frac{2 \cdot 10^{-12}}{2}$	1	$1,0 \cdot 10^{-12}$
$K_{Auflösung}$	1	$1,1 \cdot 10^{-7}$	Rechteck	$\frac{1 \cdot 10^{-7}}{\sqrt{3}}$	1	$0,64 \cdot 10^{-7}$
$\Delta T$	Standardunsicherheit			$w(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N c_i^2 w_i^2(y)}$		$0,64 \cdot 10^{-7}$
	rel. erweiterte Messunsicherheit (k=2)			$W(y) = k \cdot w(y)$		$1,3 \cdot 10^{-7}$ <b>0,011 s/d</b>

### VIII.5 Ergebnistabellen

Weitere Zahlenwerte und Berechnungen für die einzelnen Messgrößen und Normale sind z. B. den Tabellen

- <http://dmsserver/technik/Messunsicherheiten/QMH-Tabellen/Messunsicherheiten-Tabelle-VIII-Frequenz.xlsx>
- <http://dmsserver/technik/Messunsicherheiten/QMH-Tabellen/Messunsicherheiten-Tabelle-IX-Kalibrieren-von-und-mit-Oszilloskopen.xls>

zu entnehmen, die (kleinsten) Ergebnisse sind im Leistungsnachweis aufgeführt.

<sup>6</sup>  $c_i = \frac{\partial Y}{\partial X_i}$



© esz AG, 2018

Dieses Werk ist unter einer Creative Commons Lizenz vom Typ Namensnennung - Nicht-kommerziell - Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International zugänglich. Um eine Kopie dieser Lizenz einzusehen, konsultieren Sie <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/> oder wenden Sie sich brieflich an Creative Commons, Postfach 1866, Mountain View, California, 94042, USA.

Ausgabe:	erstellt	geprüft/genehmigt	Kapitel	Seite
DMS.41	von: PF am: 06.08.2018	von: s. DMS am: s. DMS	Qualitätsmanagementhandbuch - VIII Messgröße Frequenz	13