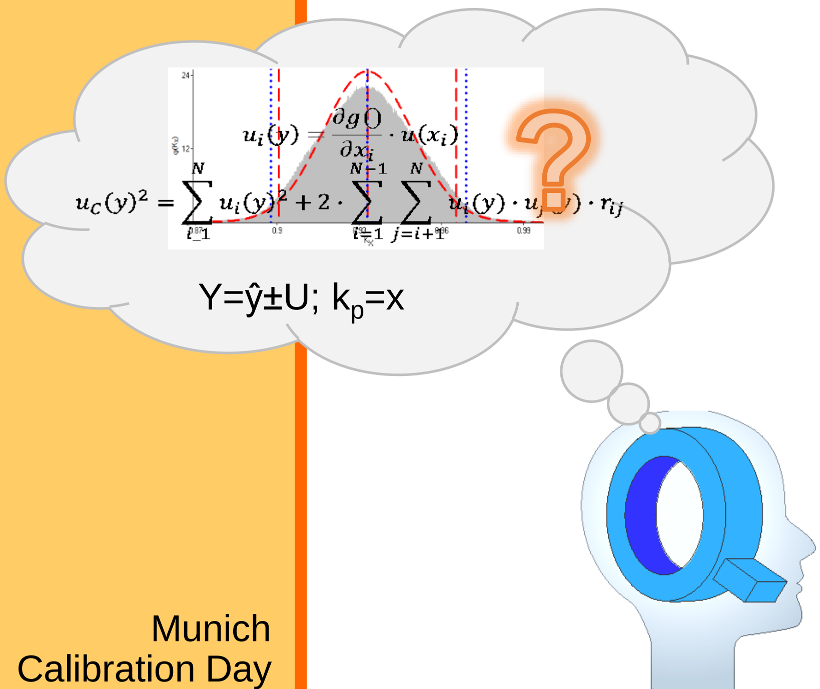
Metrodata GmbH

Datenverarbeitung für Messtechnik und Qualitätssicherung



Grundlagen der Berechnung von Messunsicherheiten

Teresa Werner

1 Konzept der Messunsicherheit

2 Bestimmung der Messunsicherheit nach GUM bzw. DAkkS-DKD-3

3 Modellieren von Einflussgrößen

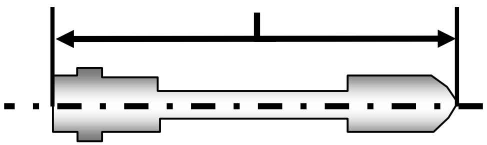
Munich Calibration Day

München
13.09.2018

Voraussetzungen für eine verlässliche Messung

Ideale Messung

Eindeutig definierte Messaufgabe



Eindeutig definierter Vergleichsmaßstab / Einheit

L in m

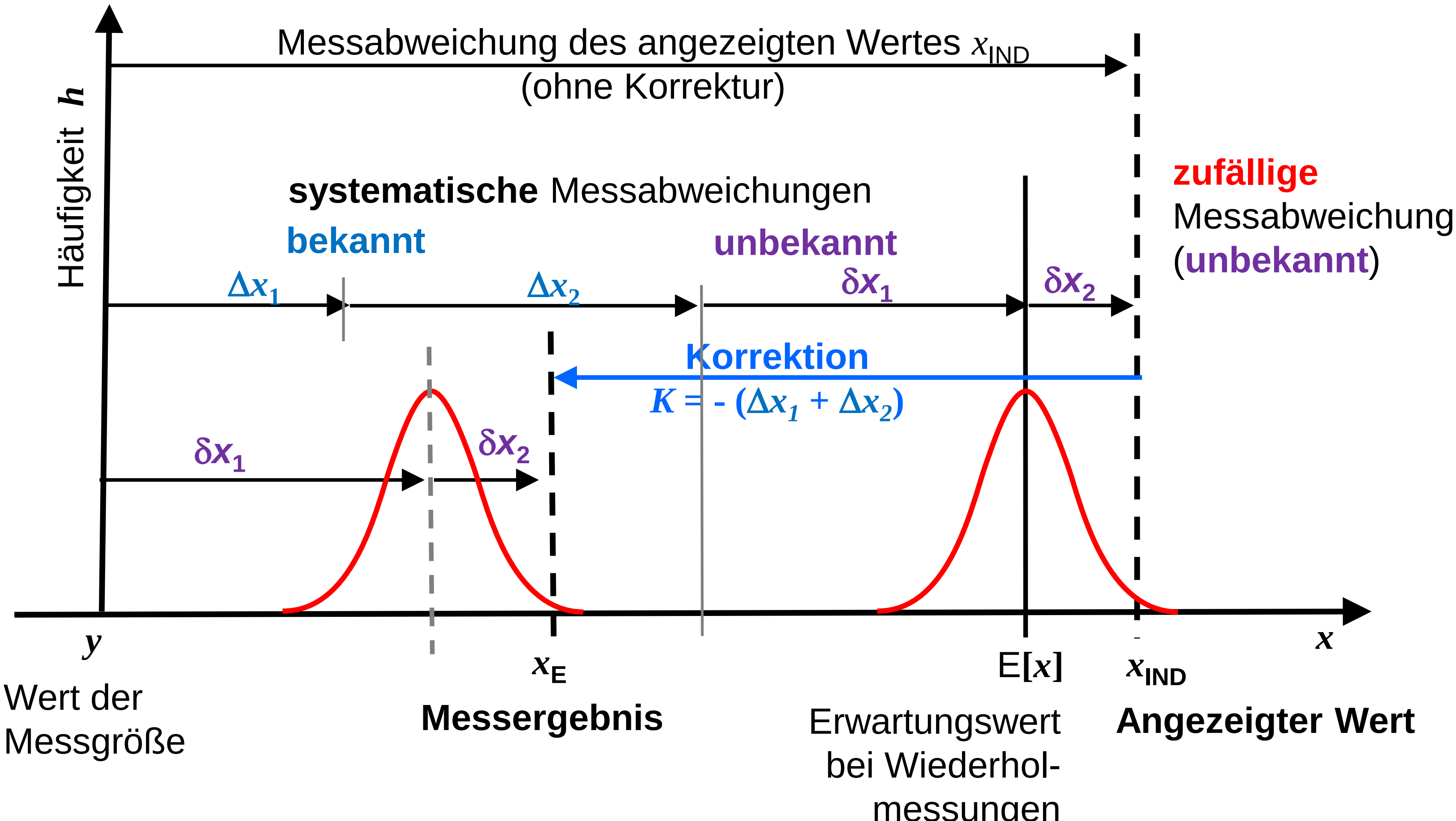
Eindeutig definiertes Messverfahren mit Messmethode und Messprinzip

Situation bei der Durchführung einer realen Messung:

- Messaufgabe nicht vollständig spezifiziert
- Beobachtungen variieren bei der Wiederholung
- Einflüsse aus der Umgebung können nicht vollständig korrigiert werden
- **...**

Verlässlichkeit eines Messergebnisses muss beschrieben werden!

Bekannte und unbekannte Auswirkung von Einflussgrößen

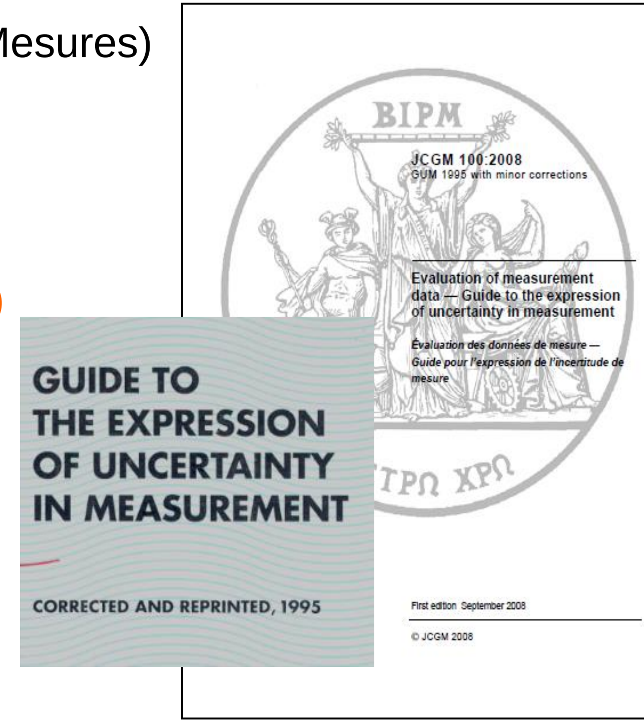


Richtlinien zur Bestimmung der Messunsicherheit

1977 Initiative des CIPM (Comité International des Poids et Mesures) zur Vereinheitlichung der Messunsicherheitsanalyse

1993 GUM - “Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement”
("Leitfaden zur Angabe der Unsicherheit beim Messen")
(1995 / 2010 überarbeitet)

- ➢ Vorgabe einer international einheitlichen Vorgehensweise zur Berechnung und Angabe der Messunsicherheit für alle Messaufgaben



1998 Darauf aufbauend DKD-3
„Angabe der Messunsicherheit bei Kalibrierungen“
(seit 2010: DAkkS-DKD-3)

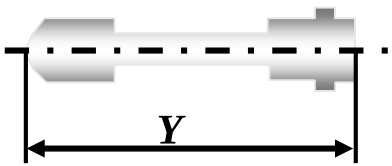
Kont. Umsetzung in branchenspezifischen Richtlinien

Prinzip der Messunsicherheitsanalyse

$$X_{IND} = f(Y; X_1; X_2; \ldots; X_N)$$

Ursache → **Wirkung**

Messgröße



Messprozess

Anzeige

X_{IND}

X_1 X_2 X_3 … … … … … … … … … … X_N

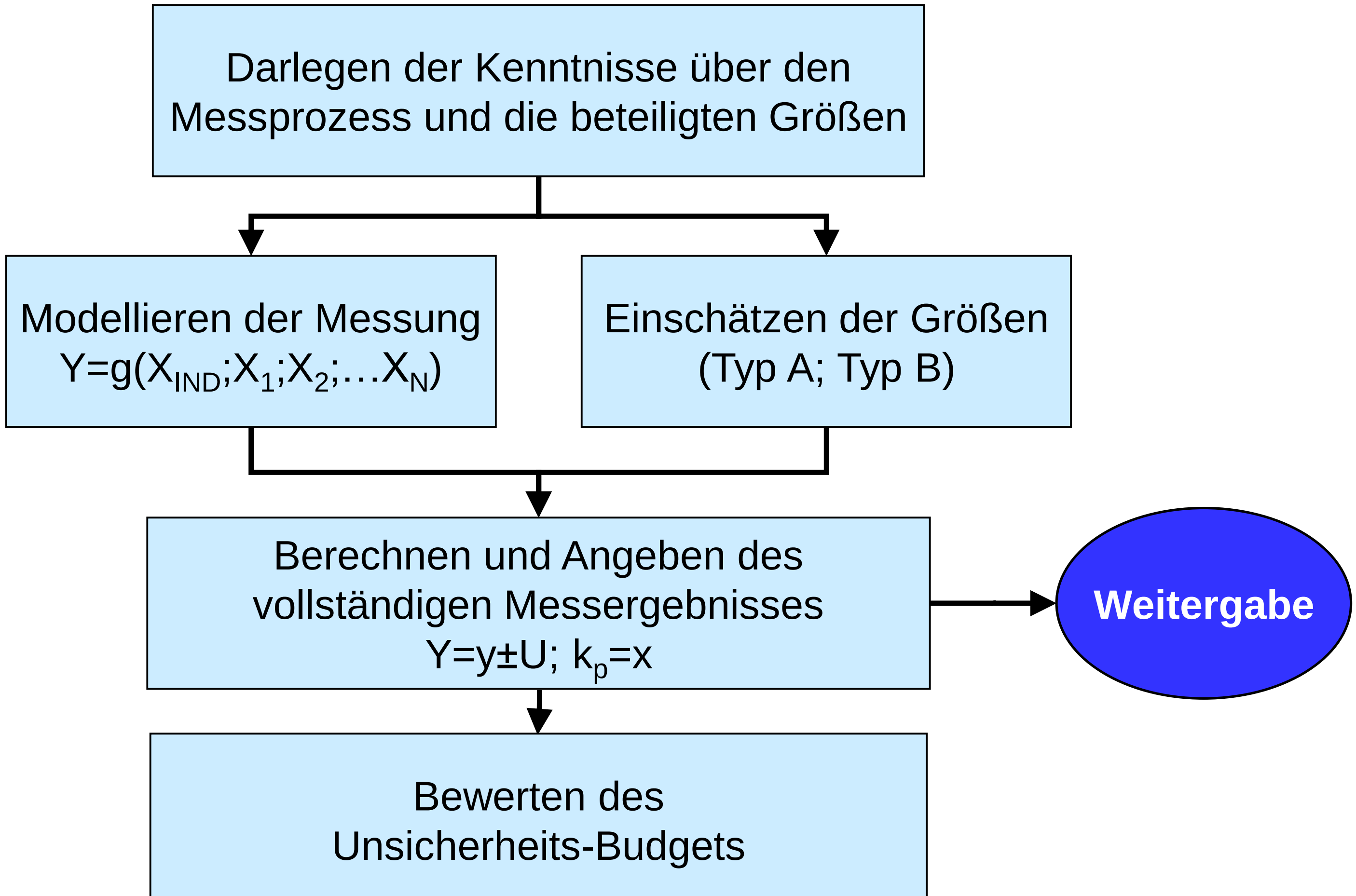
Einflüsse, Unvollkommenheiten, Wissen / Nichtwissen

Unsicherheitsanalyse

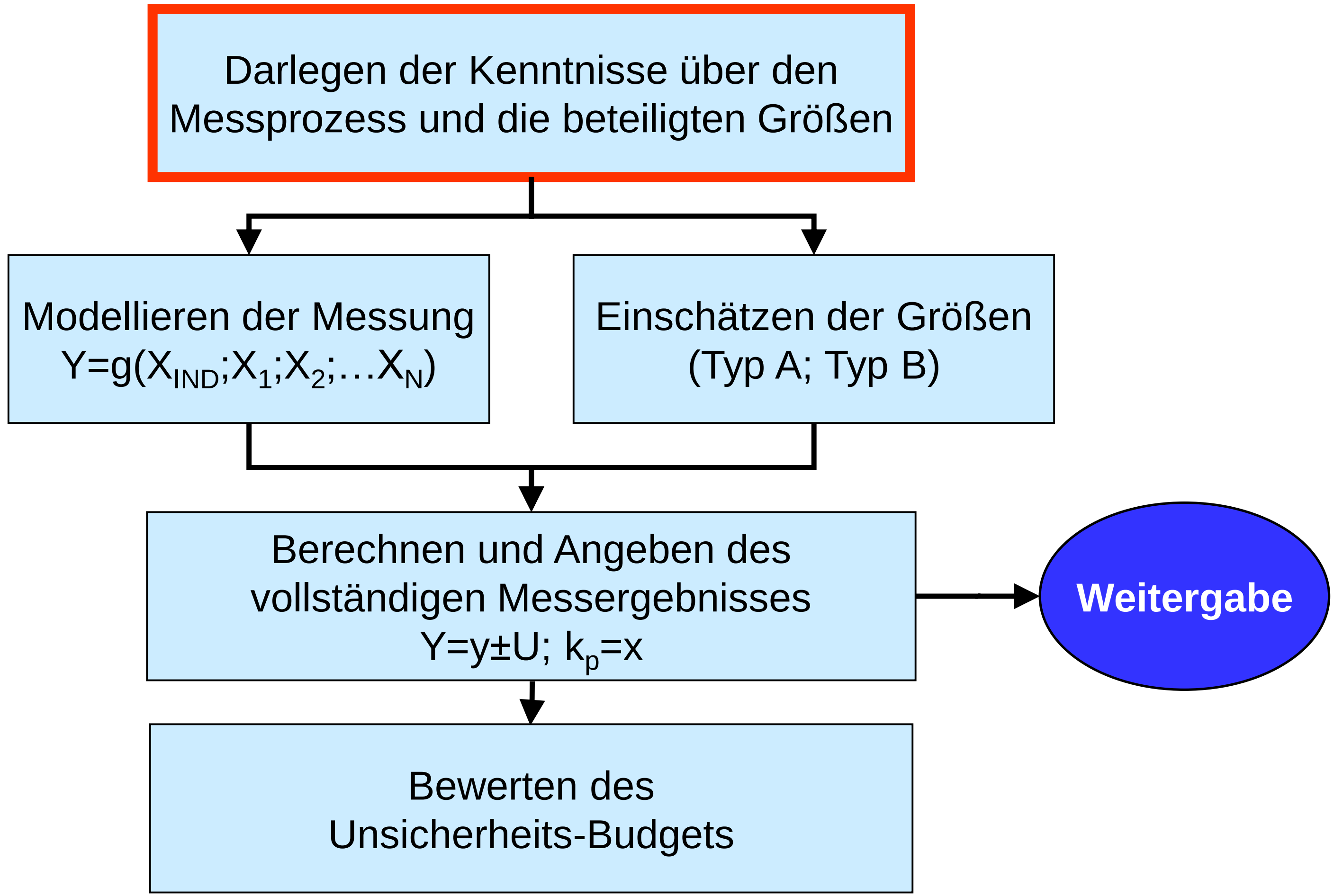
$$Y = g(X_{IND}; X_1; X_2; \ldots; X_N) \Rightarrow Y = \hat{y} \pm U$$

Die dem Messergebnis beigeordnete Messunsicherheit ist ein Parameter, der die Verteilung der Werte beschreibt, die vernünftigerweise der Messgröße zugeordnet werden müssen.
(GUM 2.2.3 bzw. VIM)

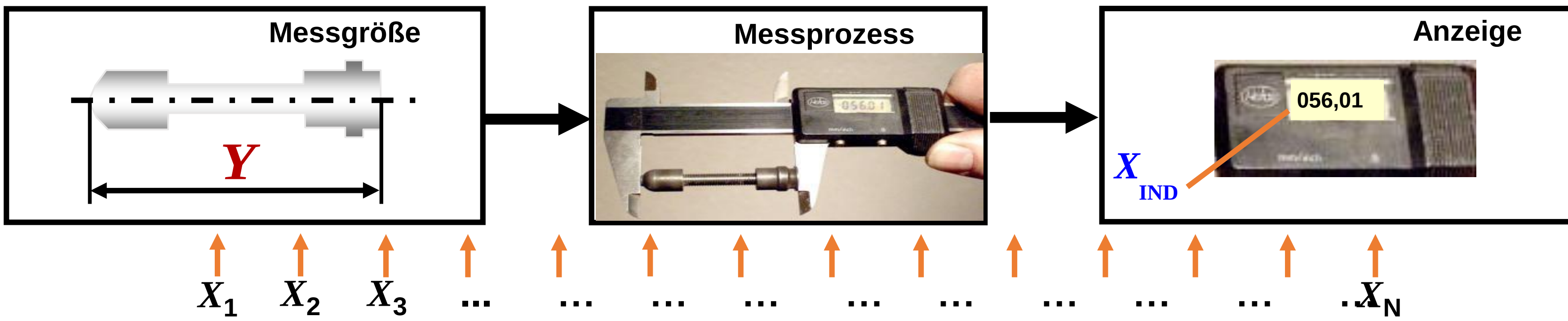
Systematisches Vorgehen zur Bestimmung der Messunsicherheit nach GUM

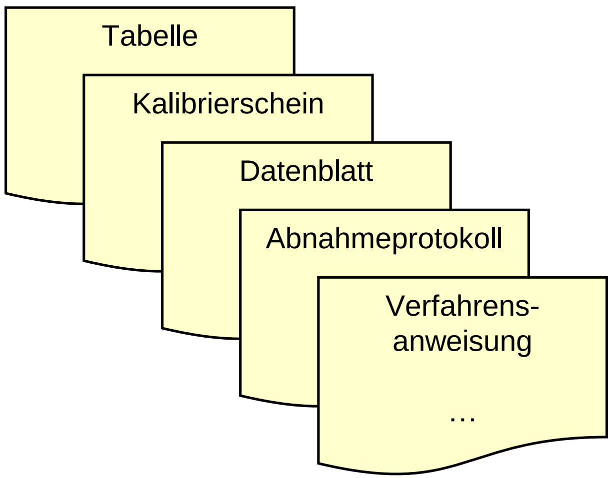


Systematisches Vorgehen zur Bestimmung der Messunsicherheit nach GUM



Darlegen der Kenntnisse über den Messprozess und die beteiligten Größen

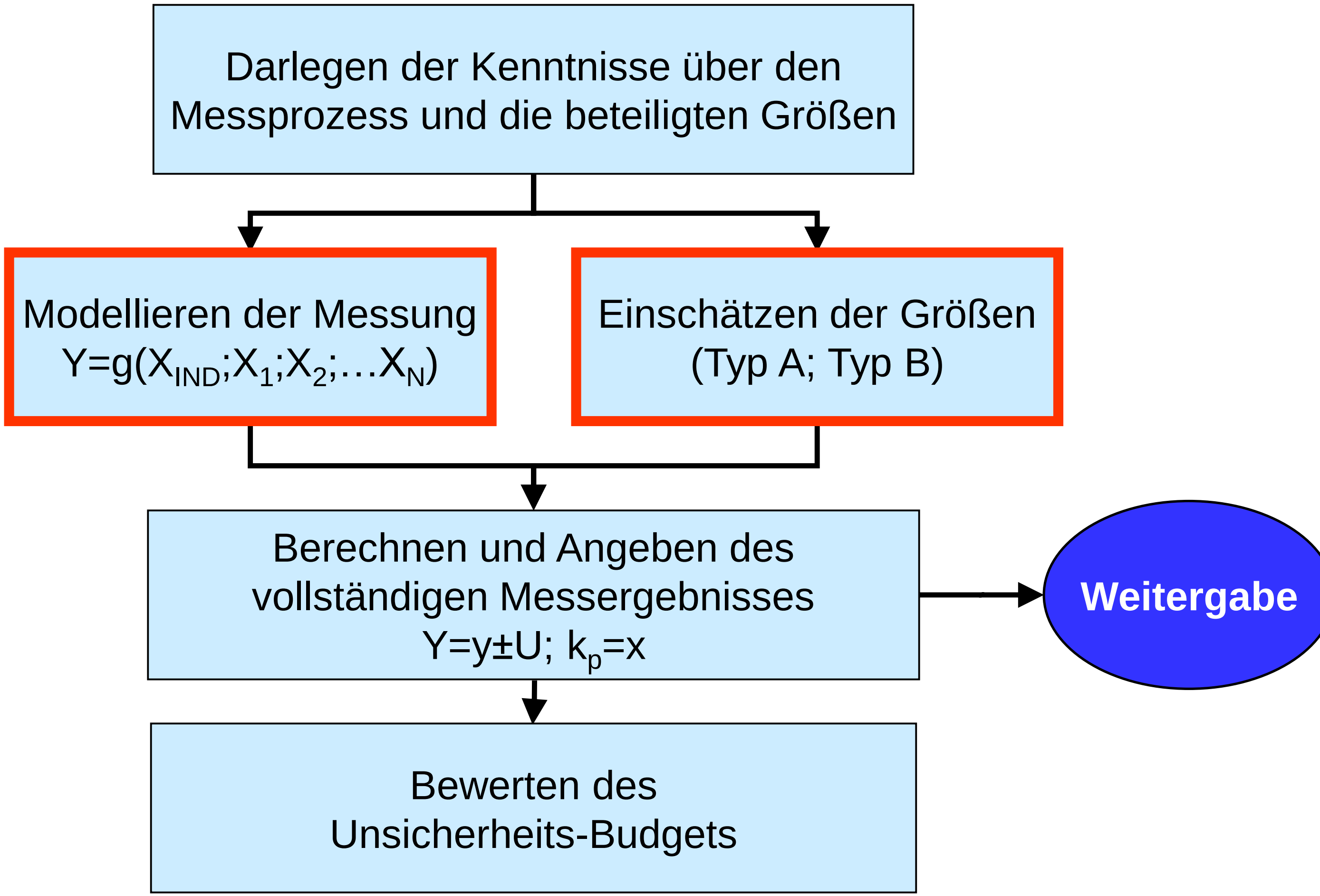




Wissen beim Messtechniker vorhanden über

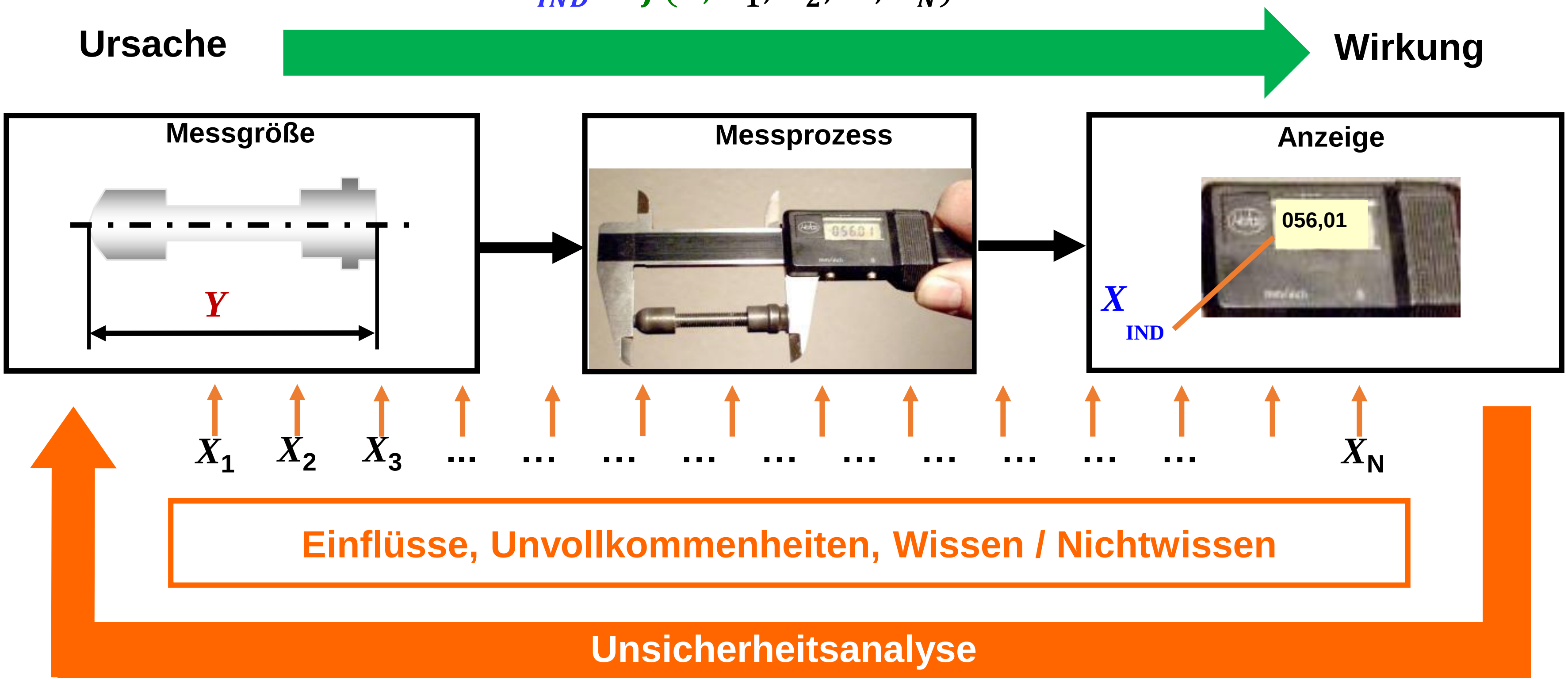
- Vorgehen bei Durchführung der Messung
- Mögliche Einfluss- / Störfaktoren
- Eigenschaften von Messgeräten, Umgebung, etc.
- Verlässlichkeit der verfügbaren Informationen
- …

Systematisches Vorgehen zur Bestimmung der Messunsicherheit nach GUM



Modellieren der Messung zur Messunsicherheitsanalyse

$$X_{IND} = f(Y; X_1; X_2; \ldots; X_N)$$



$$Y = g(X_{IND}; X_1; X_2; \ldots; X_N)$$

Vorgehen zur Modellbildung

Beschreiben der **idealen Messung**

1

Direkte Messung: $Y = X_{IND}$

Indirekte Messung: Gemäß Auswertevorschrift, z.B. $Y = \frac{X_{IND}}{Z_{IND}}$

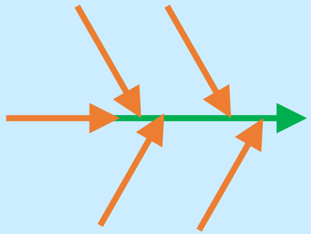
Beschreiben der **realen Messung:** Ergänzen der vorher identifizierten Einflüsse

2

z.B. $Y = X_{IND} - \Delta x_1 - \Delta x_2 + \delta x_1 + \delta x_2$ oder $Y = \frac{X_{IND}}{Z_{IND}} \cdot K_1 \cdot K_2$

Typische Einflussgrößen: 5M

- Mensch (personenabhängige Einflüsse)
- Methode (Messverfahren etc.)
- Material (Werkstück)
- Maschine (Messgerät, Normale!)
- Mitwelt (Umgebungseinflüsse)



Einschätzen der Einflussgrößen nach GUM

Beschreibung aller Einflussgrößen durch **Erwartungswert** und **Standardmessunsicherheit**

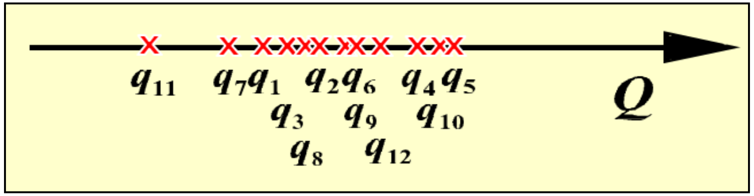
Standardmessunsicherheit u_i:
Als Standardabweichung ausgedrückter Unsicherheitsbeitrag des Einflussfaktors X_i

Methode je nach Art der Kenntnisse

Typ A:
Statistische Auswertung

Die Schätzung der Eingangsgröße basiert auf einer beobachteten Wertereihe.

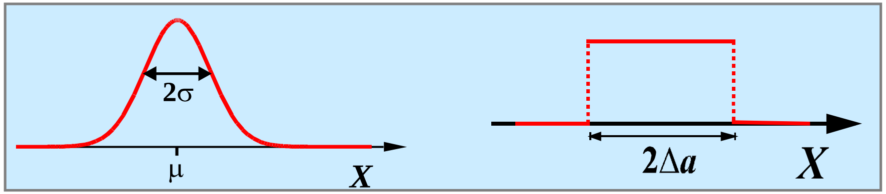
Beispiel: Wiederholmessung



Typ B:
Andere (nicht statistische) Quellen

Die Schätzung der Eingangsgröße basiert auf einer Wahrscheinlichkeitsverteilung, die das Wissen über die Eingangsgröße darstellt.

Beispiel: Angabe im Kalibrierschein



Typ A: Statistische Auswertung

- **Kenntnisse:**

  Die Größe X wurde bei der Messung mehrfach beobachtet und eine Wertereihe ist bekannt.

- **Erwartungswert:**

$$E(X) = \overline{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i$$

(Arithmetischer Mittelwert)

- **Standardmessunsicherheit**

$$u(X) = s = \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^{n} \left(x_i - \overline{x}\right)^2}$$

(Std.-Abweichung des Mittelwerts;
bei wenigen Messwerten n<10 sollten zusätzliche
Korrekturwerte berücksichtigt werden)

Typ B: Normalverteilung

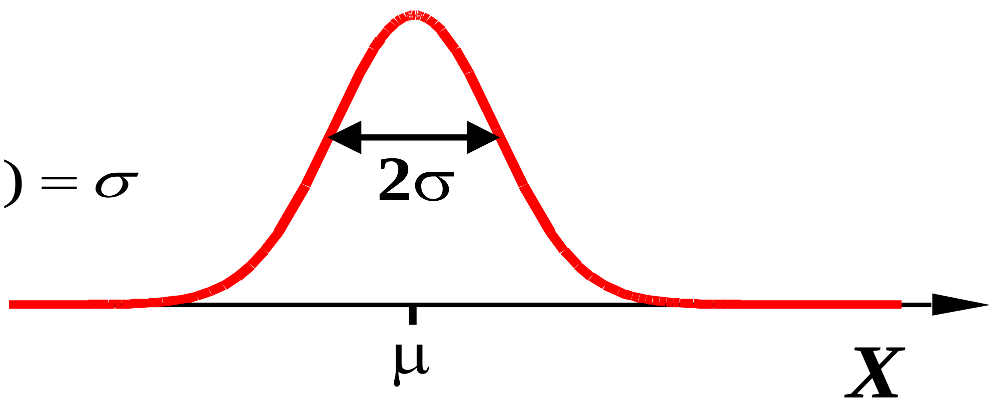
- **Kenntnisse**

  Erwartungswert μ und Standardabweichung σ bzw. Varianz σ² sind bekannt

  oder
  - Werte liegen um einen bestimmten, besonders wahrscheinlichen Wert herum
  - Je weiter weg von diesem Wert, desto unwahrscheinlicher sind die Ergebnisse
  - Prinzipiell ist jedes Ergebnis möglich (offene Verteilung)

- **Erwartungswert:** $E(x) = \mu$

- **Standardmessunsicherheit** $u(X) = \sigma$



- **Beispiel:**
  - Vom Bediener aufgebrachte Messkraft
  - Informationen über bekannte Unsicherheiten, z.B. von Normalen

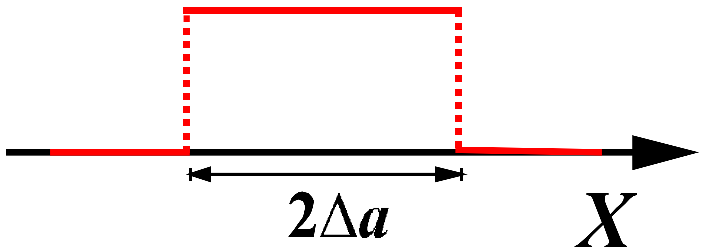
Typ B: Rechteckverteilung

- **Kenntnisse**
  - Wert liegt zwischen einer unteren Grenze a_- und einer oberen Grenze a_+
  - Alle Werte dazwischen sind gleich wahrscheinlich (keine weiteren Informationen)

Halbweite $\Delta a = \dfrac{a_+ - a_-}{2}$

- **Erwartungswert:** $E(X) = \dfrac{a_- + a_+}{2}$

- **Standardmessunsicherheit** $u(X) = \dfrac{\Delta a}{\sqrt{3}}$



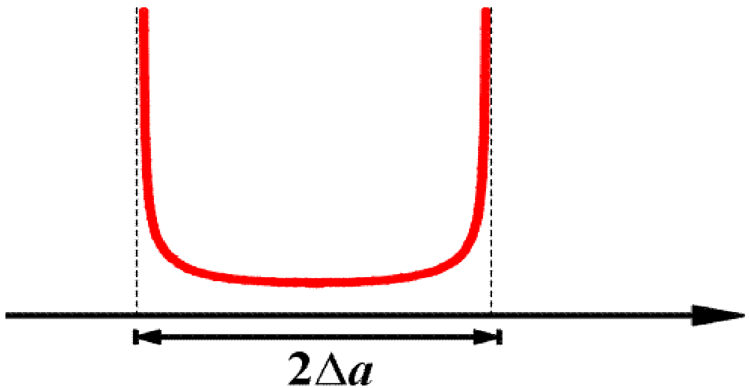
- **Beispiel:**
  - Ein Raum wird durch eine Klimaanlage temperiert. Man kann sich auf die Herstellerangabe verlassen, dass eine Temperatur zwischen 19,5°C und 20,5°C eingehalten wird. Wie die Werte dazwischen liegen, weiß man aber nicht. → $\Delta a = 0{,}5$°C
  - MPE eines Messgeräts → Δa=MPE
  - Auflösung R eines Messgeräts → $\Delta a = R/2$

Typ B: U-Verteilung

- **Kenntnisse**
  - Wert liegt zwischen einer unteren Grenze a – und einer oberen Grenze a +
  - Werte in der Mitte des Bereichs sind unwahrscheinlich,
    Werte an den Grenzen sind besonders wahrscheinlich

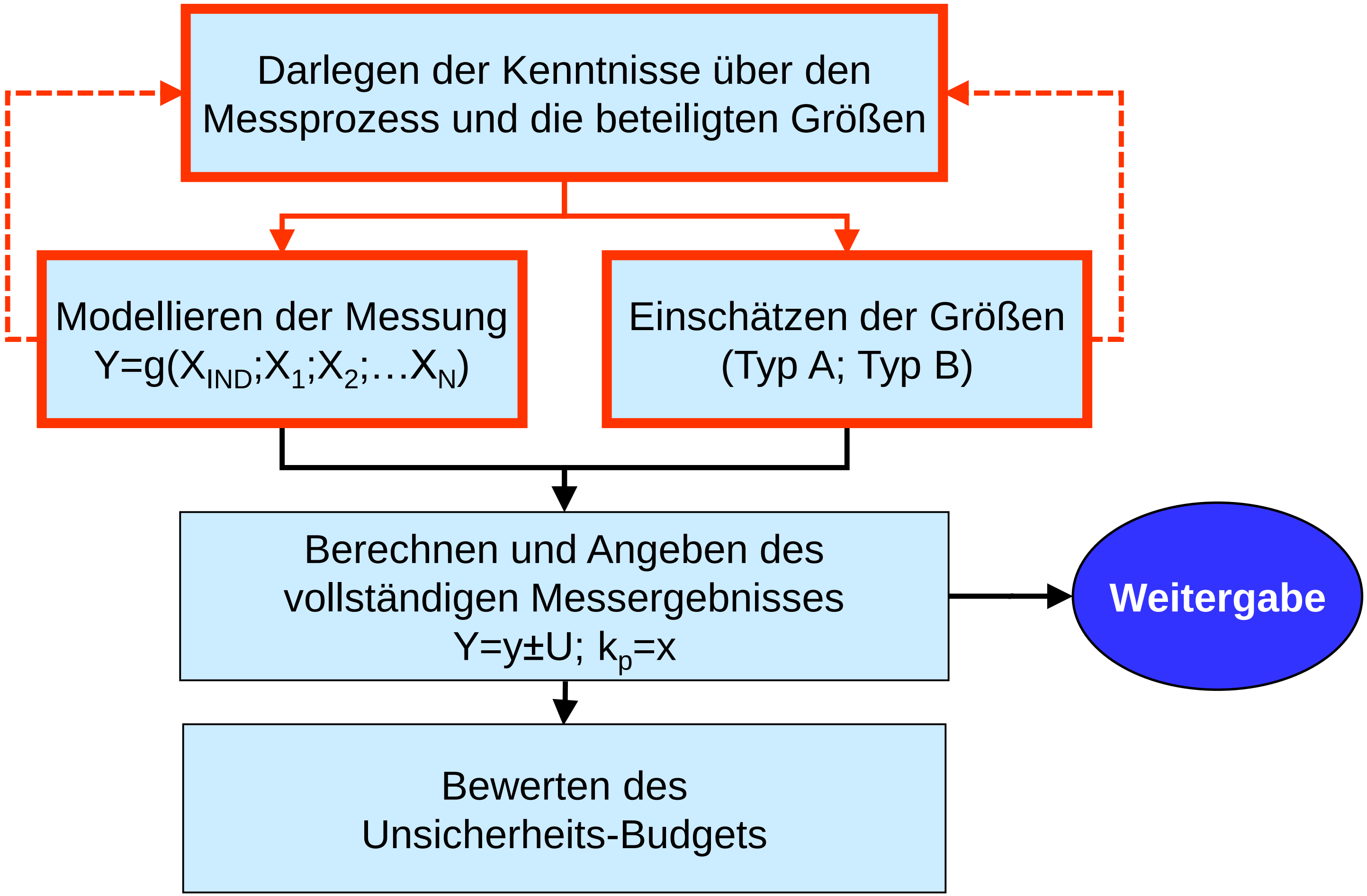
- **Erwartungswert:** $E(X) = \dfrac{a_- + a_+}{2}$

- **Standardmessunsicherheit** $u(X) = \dfrac{\Delta a}{\sqrt{2}}$

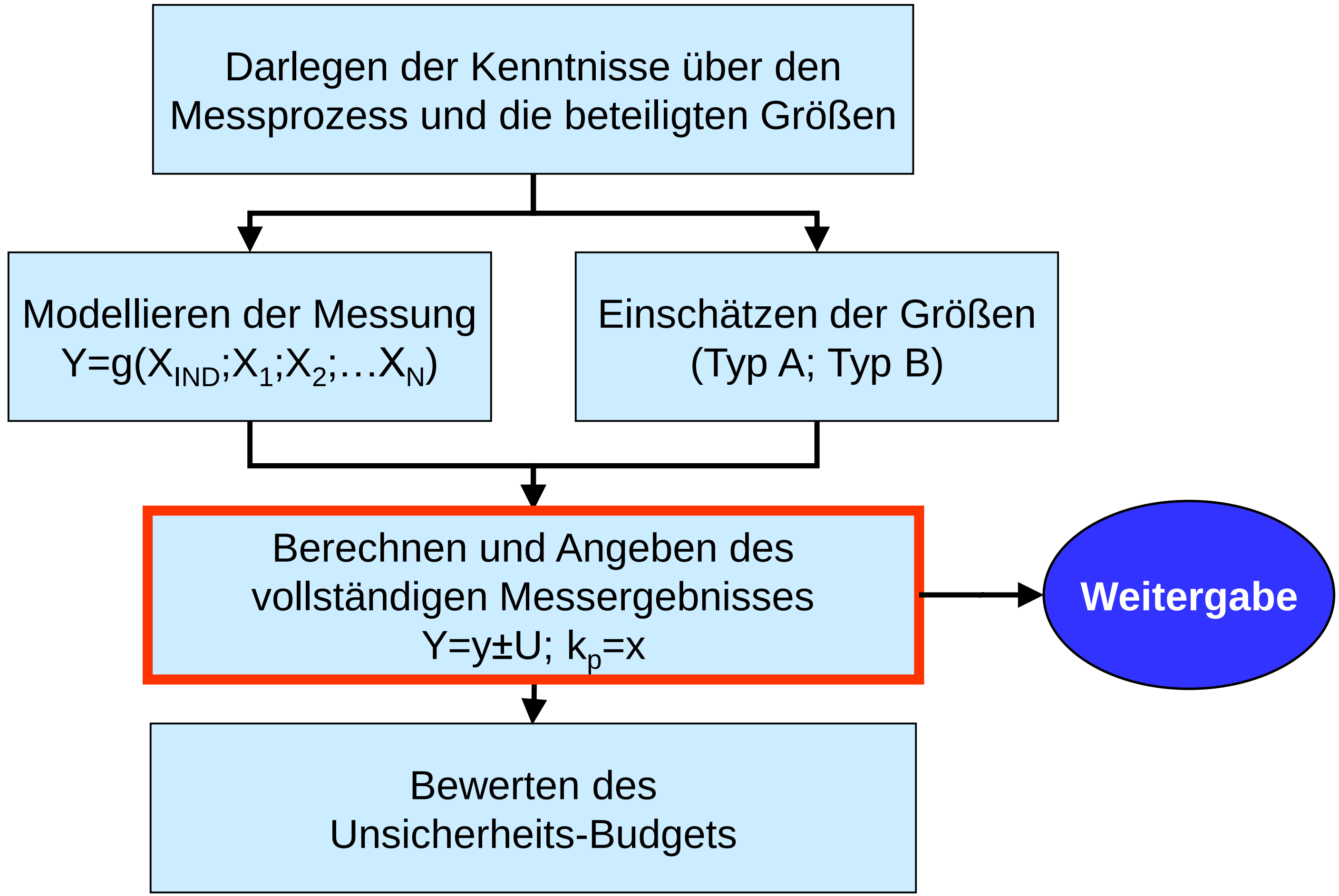


- **Beispiel:**
  Beim Messen elektrischer Größen werden die Signale vom Netzbrummen überlagert, das eine harmonische (sinusförmige) Schwingung aufweist. Es ist wahrscheinlich, dass man eine positive oder negative Störung hat, aber unwahrscheinlich, dass man keine Störung hat. → Δa=Amplitude

Reales Vorgehen zur Bestimmung der Messunsicherheit nach GUM



Systematisches Vorgehen zur Bestimmung der Messunsicherheit nach GUM



Berechnen der kombinierten Messunsicherheit für die Messgröße

Statistische Auswertung der Modellgleichung =
Berechnung einer kombinierten Wahrscheinlichkeitsverteilung

Standard-GUM: Gauß'sche Unsicherheitsfortpflanzung

$$X_1: x_1, u(x_1) \quad X_2: x_2, u(x_2) \quad \dots \; X_N: x_N, u(x_N)$$

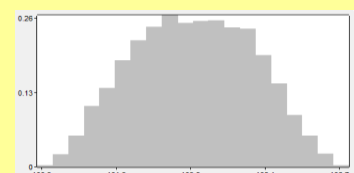
$$u_i(y) = \frac{\partial g()}{\partial x_i} \cdot u(x_i)$$

$$u_C(y)^2 = \sum_{i\_1}^{N} u_i(y)^2 + 2 \cdot \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^{N} u_i(y) \cdot u_j(y) \cdot r_{ij}$$

Analytische Berechnung

$$g_Y(\eta) =$$
$$= \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \begin{matrix} g_{X_1,\dots,X_N}(\xi_1, \dots, \xi_N) \cdot \\ \delta(\eta - f_Y(\xi_1, \dots, \xi_N)) \end{matrix} \, d\xi_1, \dots, \xi_N$$

GUM Supplement 1: Monte-Carlo-Simulation



Bestimmung des „besten Schätzwerts" und der zugehörigen Unsicherheit

$$\boldsymbol{y}; \boldsymbol{u}(\boldsymbol{y})$$

Einfache Berechnung der kombinierten Messunsicherheit (Standardverfahren des GUM)

Allgemeine Beschreibung der Messung: $Y = f(X_1, X_2, X_3, .., X_i)$

Prinzip der Unsicherheitsfortpflanzung:
Gemeinsame Varianz ergibt sich aus Addition der einzelnen Varianzen
(„Fehlerfortpflanzung“)

$$u_C(y)^2 = \sum_{i=1}^{N} u_i(y)^2 \qquad u_i(y) = \frac{\partial f}{\partial X_i}(x_i) \cdot u(X_i)$$

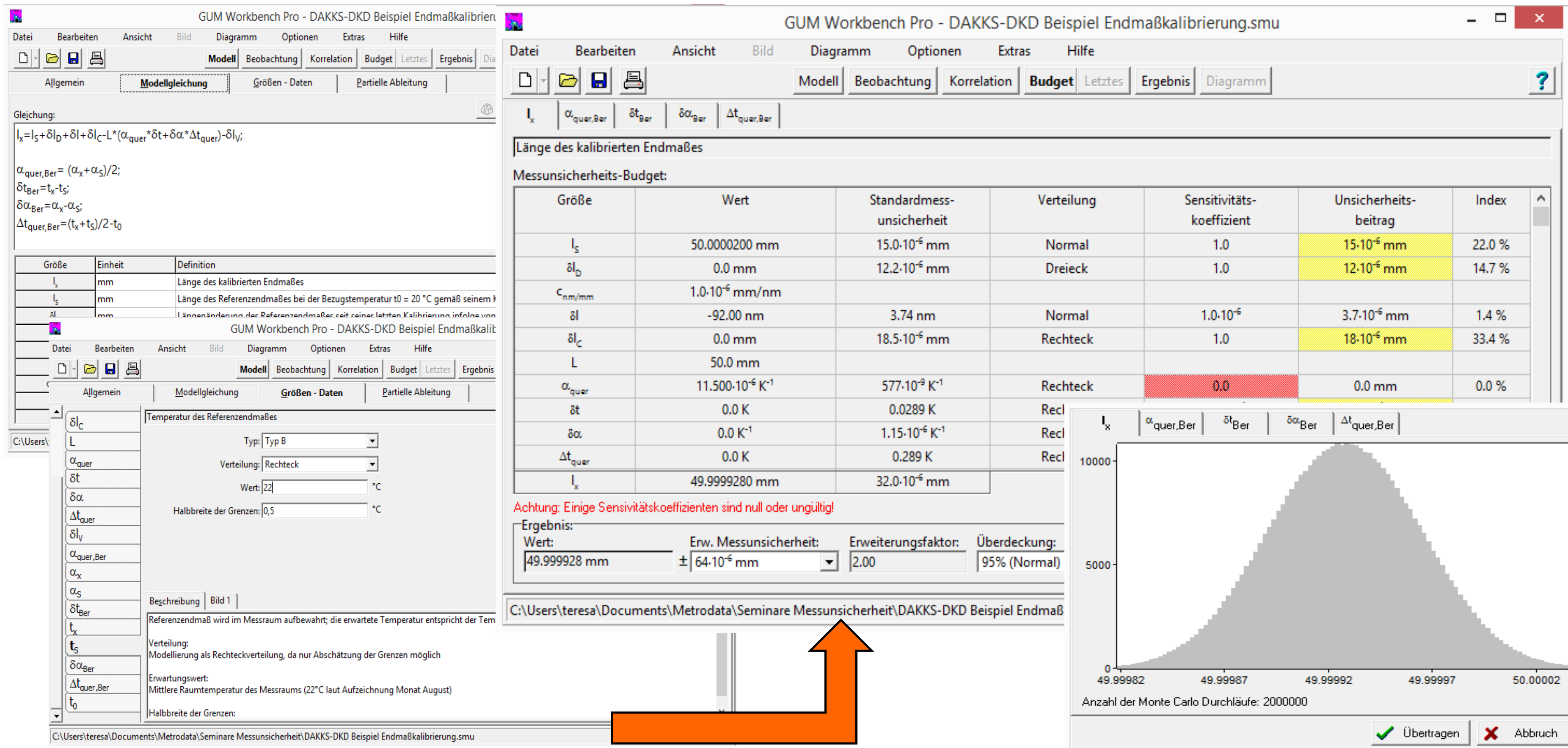
Quadratische Addition –
Beschreibt zufällige Überlagerung der Einflüsse

Stärke des jeweiligen Einflusses –
Wie stark ändert eine Schwankung dieser Größe das Ergebnis?

Für korrelierte Eingangsgrößen:

$$u_C(y)^2 = \sum_{i=1}^{N}\left(\frac{\partial f}{\partial X_i}(x_i) \cdot u(X_i)\right)^2 \boxed{+ 2 \cdot \sum_{i=1}^{N-1}\sum_{j=i+1}^{N}\left(\frac{\partial f}{\partial X_i}(x_i) \cdot u(X_i)\right) \cdot \left(\frac{\partial f}{\partial X_j}(x_j) \cdot u(X_j)\right) \cdot r_{ij}}$$

Komplexere Berechnung üblicherweise mit entsprechender Software



Erweiterungsfaktor und erweiterte Messunsicherheit

- Die (kombinierte) Standardmessunsicherheit der Ergebnisses wird mit einem **Erweiterungsfaktor** multipliziert, um die **erweiterte Messunsicherheit U** zu erhalten.

- Die erweiterte Messunsicherheit U gibt ein realistisches Intervall an, in dem ein großer Anteil der Werte liegen.

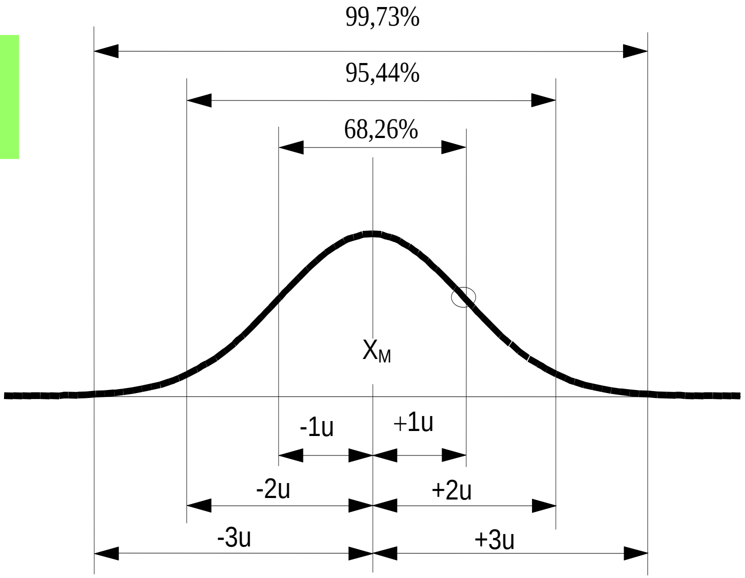
$$U = k_p \cdot u_c$$

Üblicher Wert: k_p=2

Ein Erweiterungsfaktor k_p=2 entspricht einer Überdeckung von 95% bei einer normalverteilten Ergebnisgröße.

Hinweis:

Andere Werte für k sind möglich! Z.B. k_{95}=1,65



Angabe eines vollständigen Messergebnisses

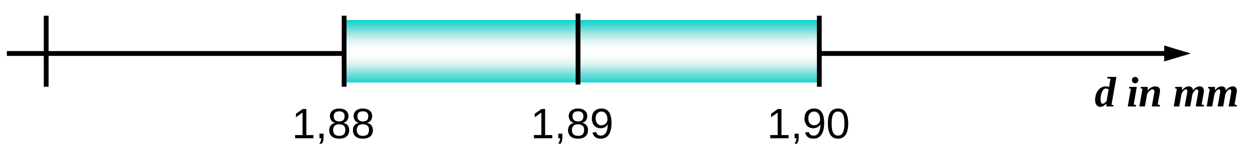
Die Ergebnisangabe sollte enthalten:

- ✓ eine klare Identifikation der Messung.
- ✓ eine klare Definition der Messgröße (mit Einheit oder Bezugspunkt).
- ✓ das Ergebnis und die erweiterte Messunsicherheit
  $Y = y \pm U$ mit Einheiten für y und U.
- ✓ den Erweiterungsfaktor k, der benutzt wurde, um U zu berechnen und den angenommen Grad des Vertrauens.
- ✓ einen Bezug zu einem detaillierten Bericht über die Auswertung.

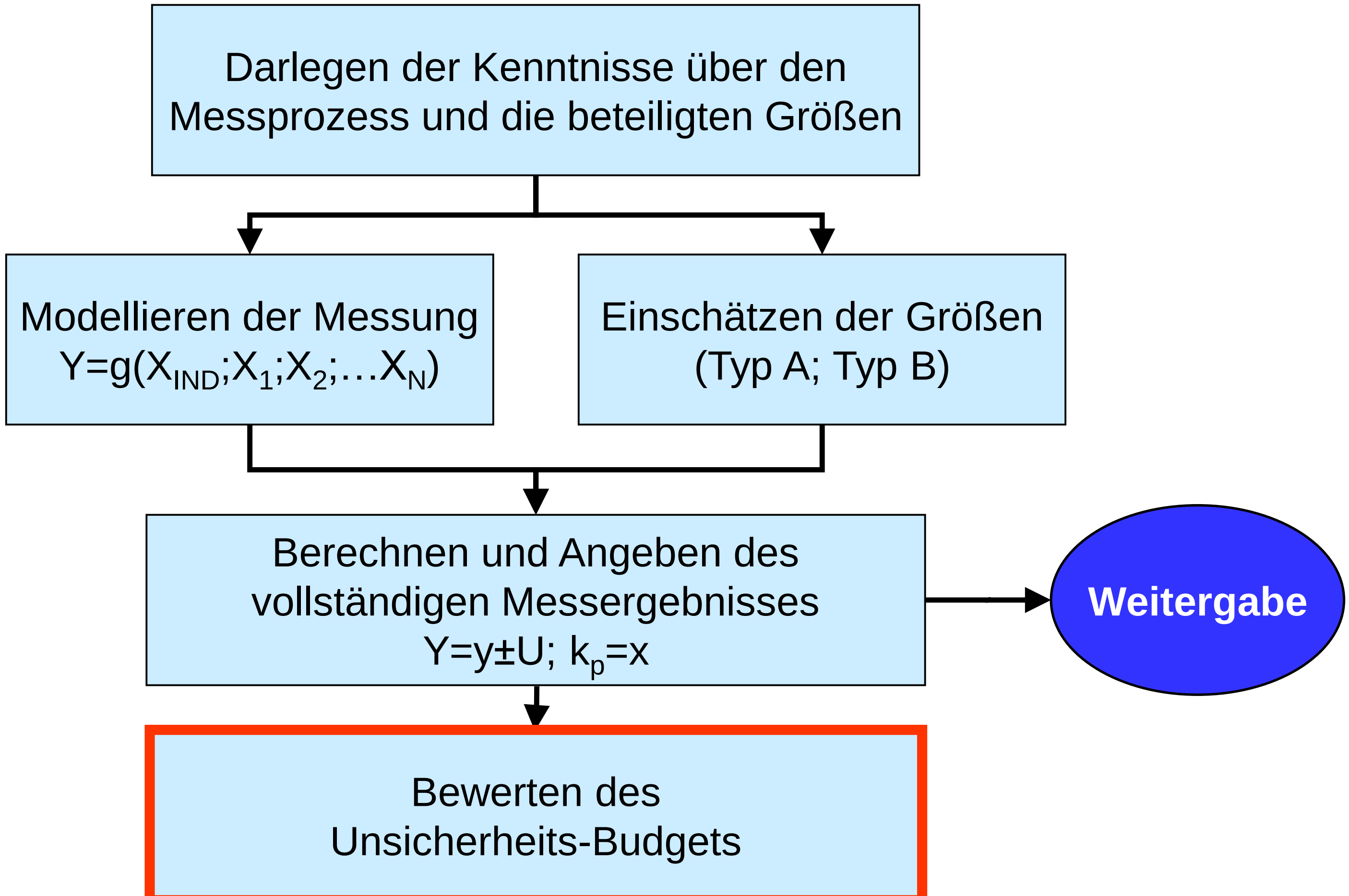
$\boldsymbol{d}$ = (1,89 ± 0,01) mm; ($\boldsymbol{k}_\mathbf{p}$ = 2)

oder

$\boldsymbol{d}$ = 1,89 mm ± 0,01 mm; ($\boldsymbol{k}_\mathbf{p}$ = 2)



Systematisches Vorgehen zur Bestimmung der Messunsicherheit nach GUM



Bewerten des Messunsicherheitsbudgets

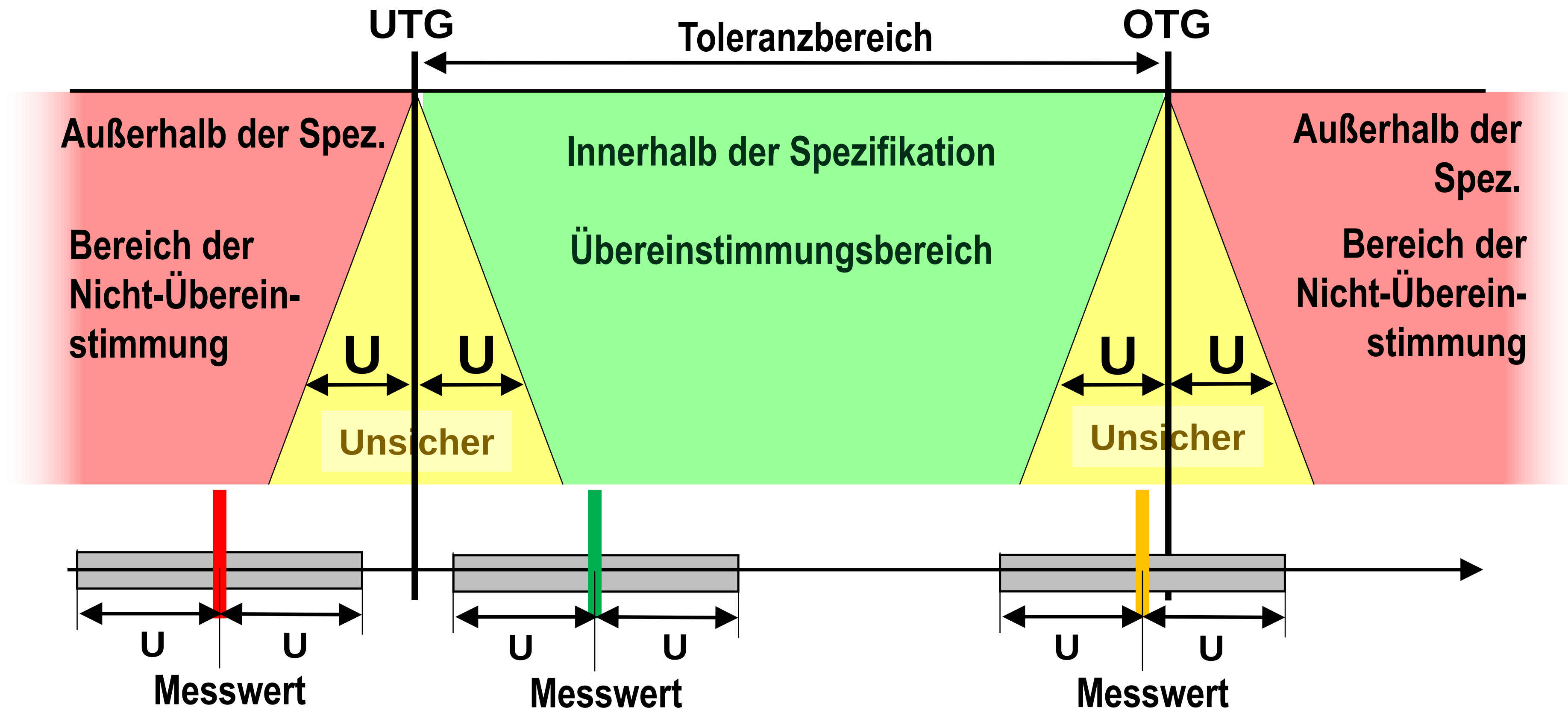
Größe X_i	Schätzwert x_i	Standard-messunsicherheit $u(x_i)$	Verteilung	Sensitivitäts-koeffizient c_i	Unsicherheits-beitrag $u_i(y)$
l_S	50,000 020 mm	15 nm	Normal	1,0	15,0 nm
δl_D	0 mm	12,2 nm [3]	Dreieck [3]	1,0	12,2 nm [3]
$\delta\alpha \cdot \Delta\bar{t}$	0	$0{,}236 \times 10^{-6}$	-	50 mm	−11,8 nm
δl_V	0 mm	3,87 nm	Rechteck	−1,0	−3,87 nm
l_X	49,999 926 mm				34,3 nm [3]

Vergleich der Messunsicherheit mit einer Zielunsicherheit / mit der Toleranz

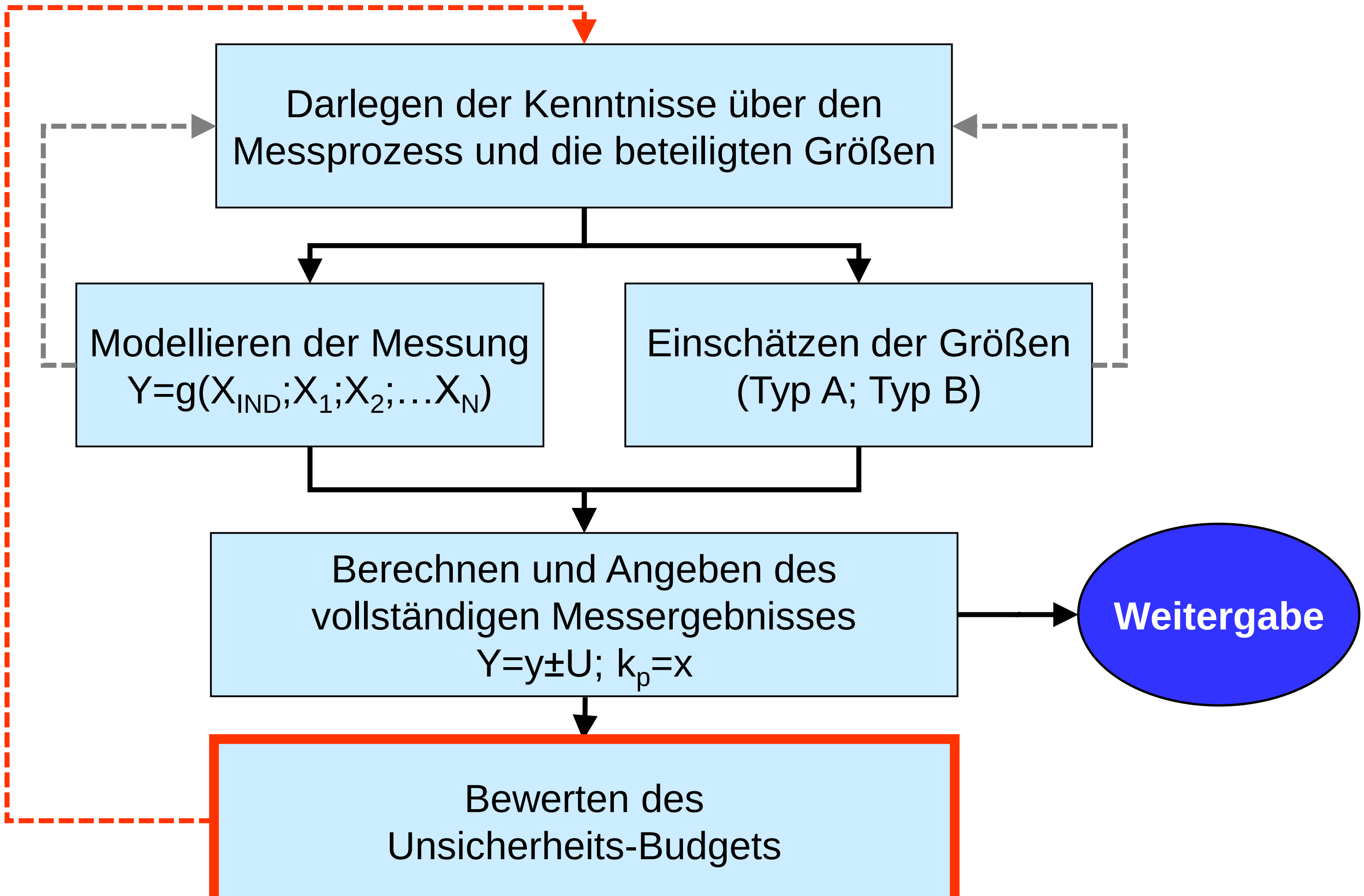
- Kleinste angebbare Messunsicherheit
- Prüfprozesseignung
  $g_{PP} = 2 \cdot \frac{U}{T} \leq G_{PP} = 0{,}2 \ldots 0{,}4$
- Identifizieren der Haupteinflüsse auf die Messunsicherheit
- Bei Bedarf gezieltes Reduzieren der Einflüsse

Konformitätsprüfung unter Berücksichtigung der Messunsicherheit

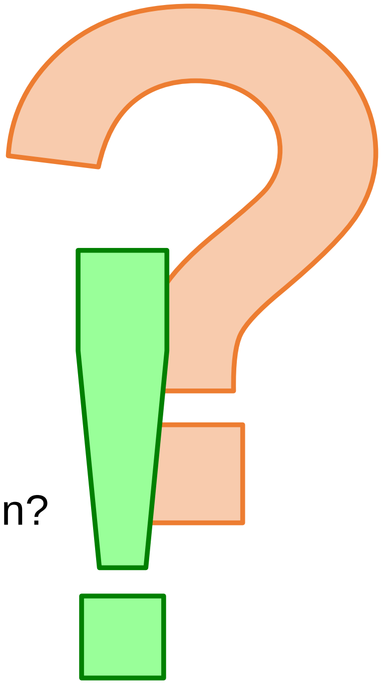
Nachweis der Übereinstimmung / Nichtübereinstimmung mit Toleranzen nach DIN EN ISO 14253



Reales Vorgehen zur Bestimmung der Messunsicherheit nach GUM



Möglichkeiten zur Plausibilitätsprüfung



Einheiten

- Hat die berechnete Messgröße die erwartete Einheit?
- Haben alle miteinander kombinierten Größen passende Einheiten?

Werte

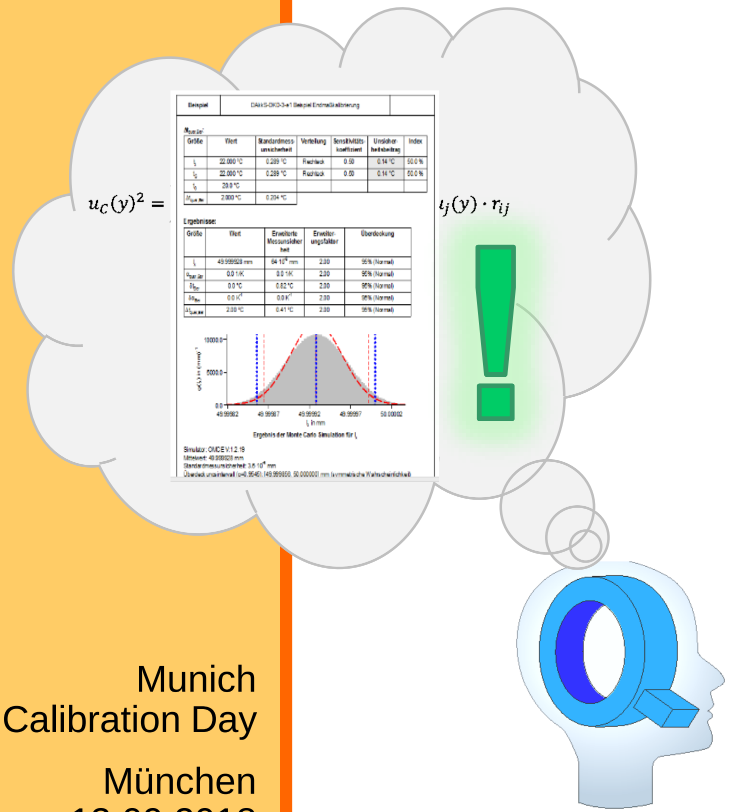
- Liefert das Modell den selben Wert wie die “normale” Auswertung?
- Passen meine Erfahrungswerte zu den Ergebnissen?
- Lassen sich die verwendeten Informationen belegen und nachvollziehen?

Kollegen

- Versteht auch ein Kollege / der Auditor meine Messunsicherheitsanalyse?

Zusammenfassung

- ✓ Die Messunsicherheitsanalyse nach GUM ermöglicht verlässliche und vollständige Messergebnisse
- ✓ Berechnung erfolgt gemäß den Vorgaben des GUM
- ✓ Eingangsgrößen werden nach festgelegten statistischen Regeln beschrieben und miteinander verknüpft
- ✓ Geeignete Dokumentation ermöglicht das Verständnis der Berechnung und die leichte Anpassung



Vielen Dank für Ihr Interesse!
Fragen?

Munich Calibration Day

München
13.09.2018

Kontakt:
Teresa Werner
Metrodata GmbH
www.metrodata.de