

$$u_C(y)^2 = \sum_{i=1}^N u_i(y)^2 + 2 \cdot \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N u_i(y) \cdot u_j(y) \cdot r_{ij}$$
$$u_i(y) = \frac{\partial g}{\partial x_i} \cdot u(x_i)$$
$$Y = \hat{y} \pm U; k_p = x$$

Grundlagen der Messunsicherheitsanalyse

Das ABC der Messunsicherheitsbudgets

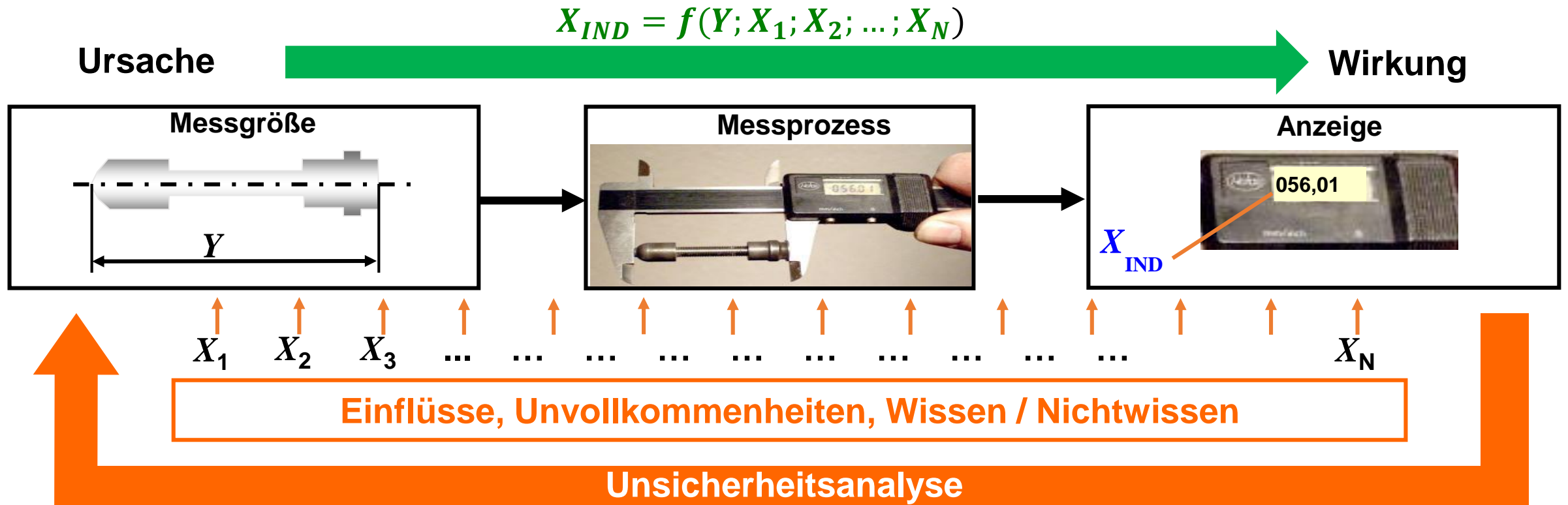
Teresa Werner

- 1 Konzept der Messunsicherheit
- 2 Praxisgerechte Bestimmung der Messunsicherheit nach GUM bzw. DAkkS-DKD-3
- 3 Tipps & Tricks zur Umsetzung

Munich
Calibration Day

München
19.10.2016

Prinzip der Messunsicherheitsanalyse



$$Y = g(X_{IND}; X_1; X_2; \dots; X_N) \Rightarrow Y = \hat{y} \pm U$$

Die dem Messergebnis beigeordnete Messunsicherheit ist ein Parameter, der die Verteilung der Werte beschreibt, die vernünftigerweise der Messgröße zugeordnet werden müssen.
(GUM 2.2.3 bzw. VIM)

Richtlinien zur Bestimmung der Messunsicherheit

1977 Initiative des CIPM (Comité International des Poids et Mesures) zur Vereinheitlichung der Messunsicherheitsanalyse

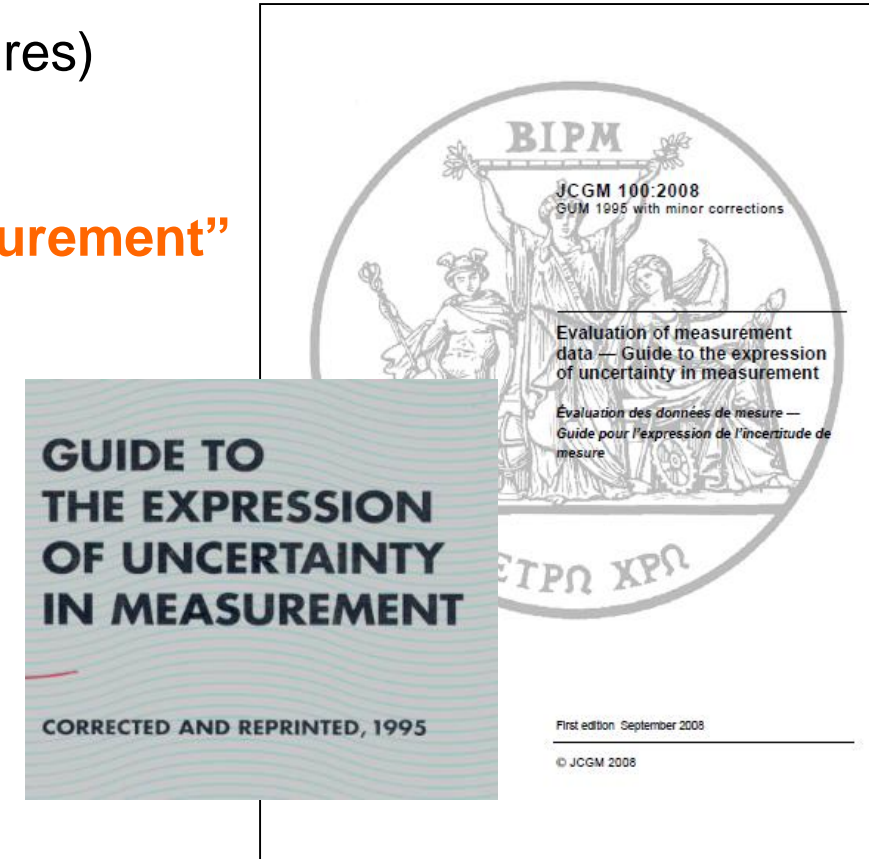
1993 GUM - “Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement” (“Leitfaden zur Angabe der Unsicherheit beim Messen”) (1995 / 2010 überarbeitet)

- Vorgabe einer international einheitlichen Vorgehensweise zur Berechnung und Angabe der Messunsicherheit für alle Messaufgaben

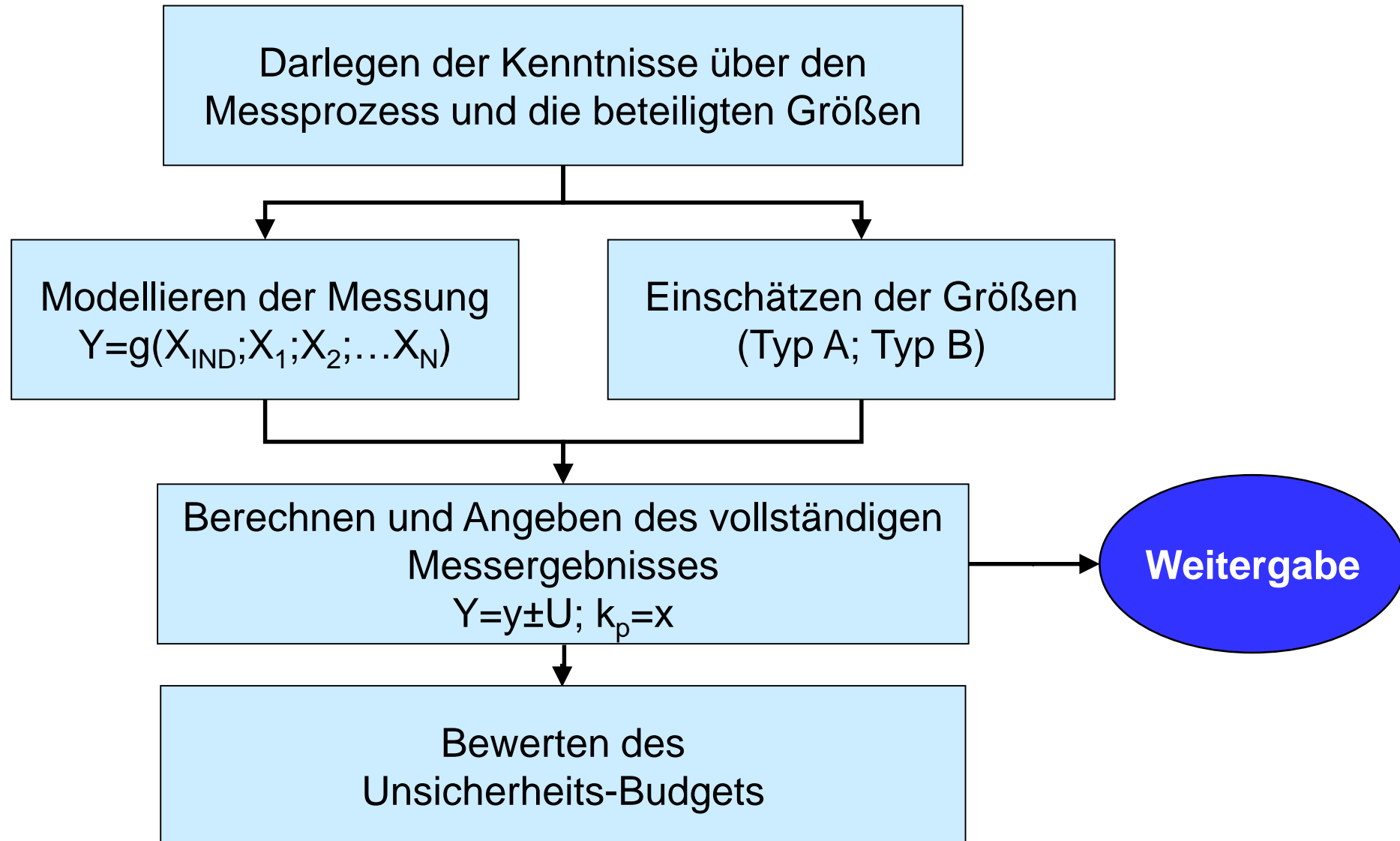
1998 Darauf aufbauend DKD-3 „Angabe der Messunsicherheit bei Kalibrierungen“ (seit 2010: DAkkS-DKD-3)

1999 Übernahme des GUM als DIN V EN V 13005

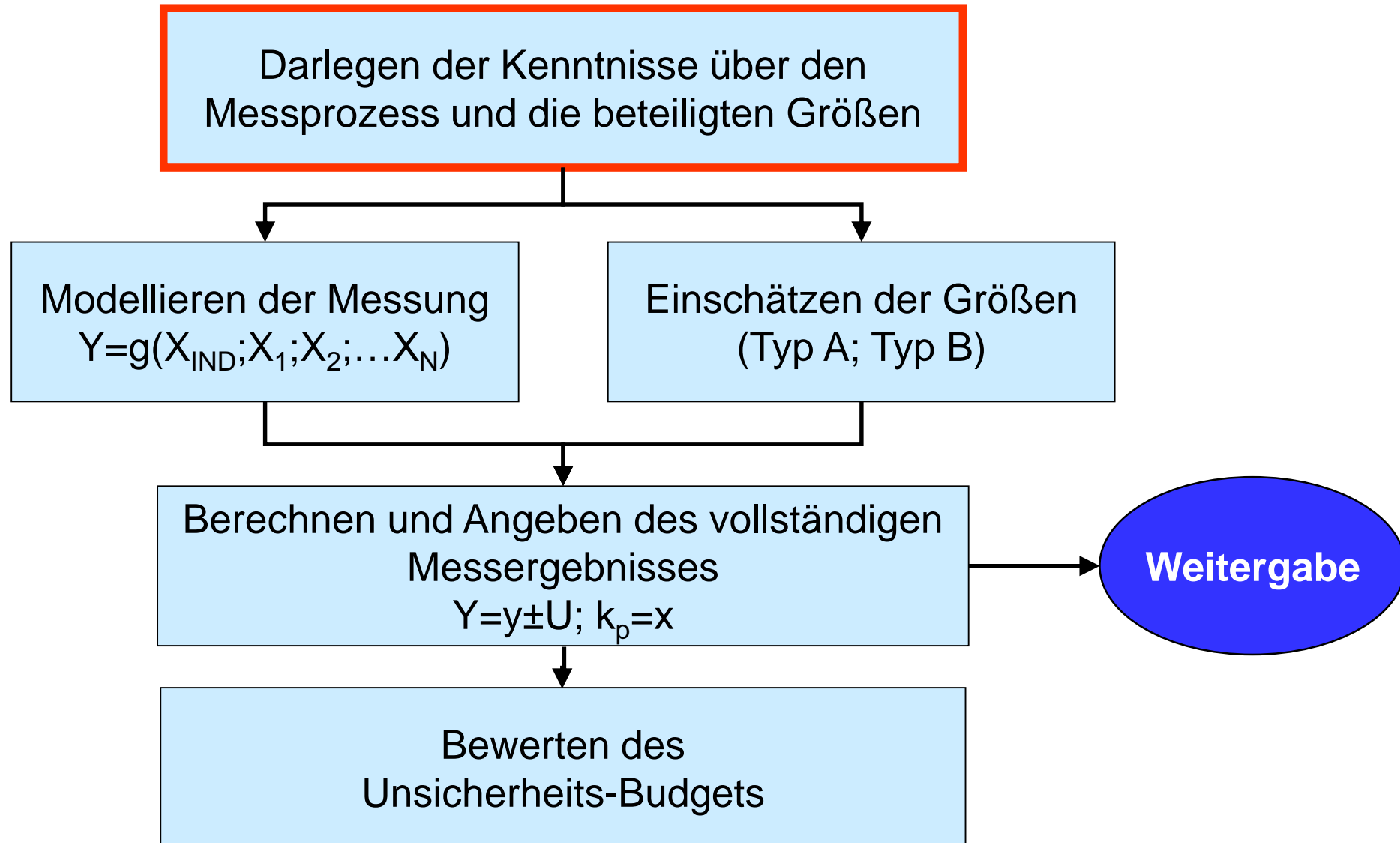
Kont. Umsetzung in branchenspezifischen Richtlinien



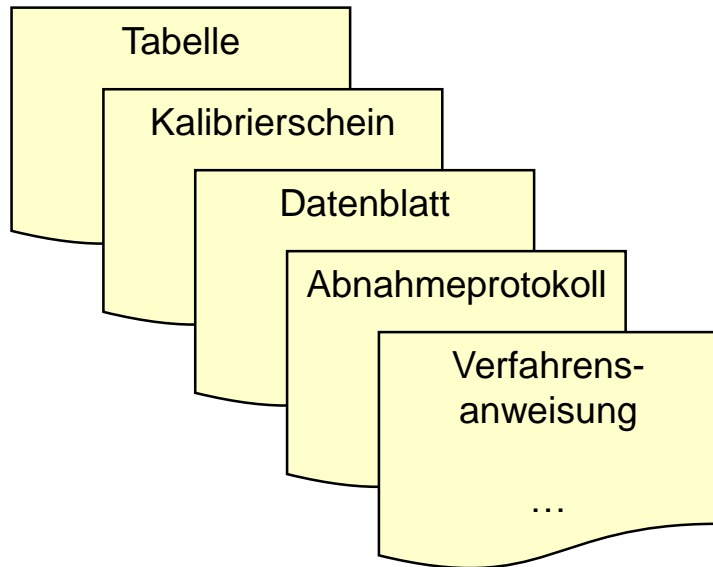
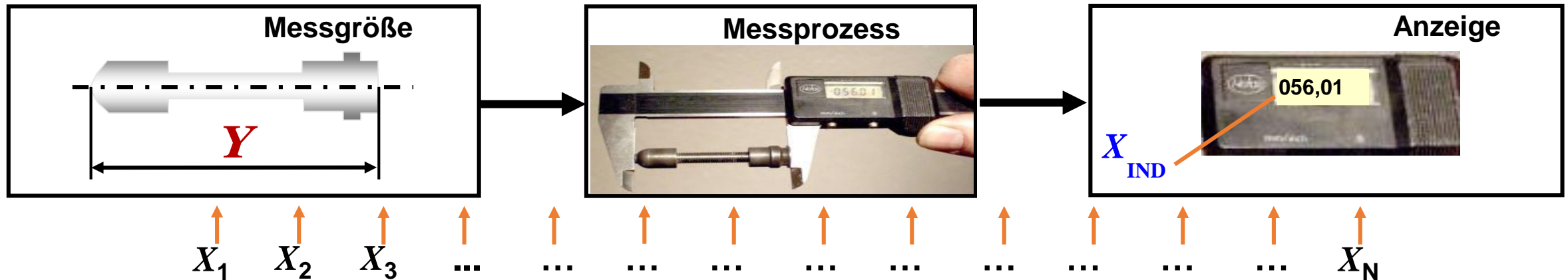
Systematisches Vorgehen zur Bestimmung der Messunsicherheit nach GUM



Systematisches Vorgehen zur Bestimmung der Messunsicherheit nach GUM

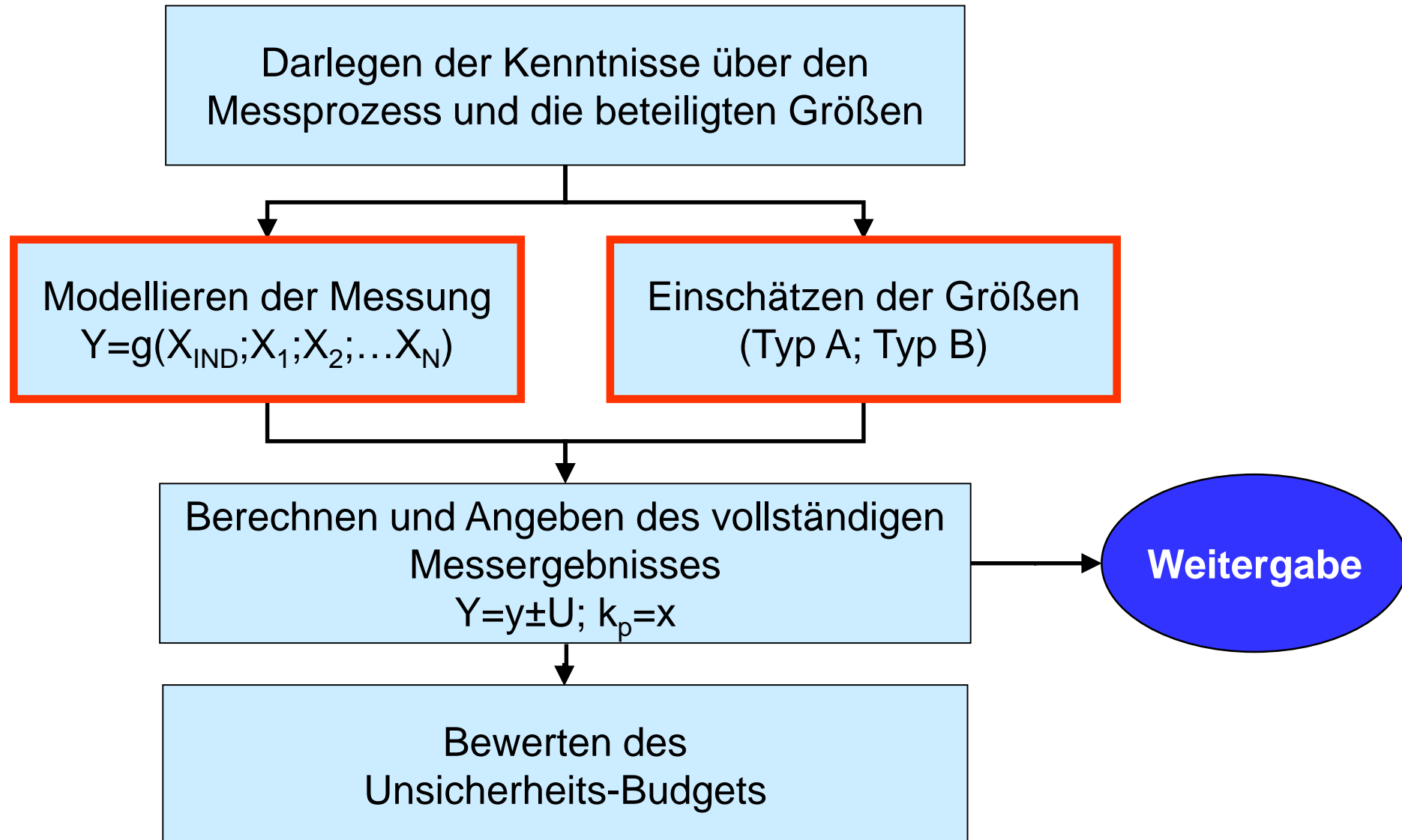


Darlegen der Kenntnisse über den Messprozess und die beteiligten Größen



- Wissen beim Messtechniker vorhanden über
- Vorgehen bei Durchführung der Messung
 - Mögliche Einfluss- / Störfaktoren
 - Eigenschaften von Messgeräten, Umgebung, etc.
 - Verlässlichkeit der verfügbaren Informationen
 - ...

Systematisches Vorgehen zur Bestimmung der Messunsicherheit nach GUM



Modellieren der Messung zur Messunsicherheitsanalyse

$$X_{IND} = f(Y; X_1; X_2; \dots; X_N)$$

Ursache

Wirkung



X_1 X_2 X_3 X_N

Einflüsse, Unvollkommenheiten, Wissen / Nichtwissen

Unsicherheitsanalyse

$$Y = g(X_{IND}; X_1; X_2; \dots; X_N)$$

Vorgehen zur Modellbildung

Beschreiben der **idealen Messung**

Direkte Messung: $Y = X_{IND}$

Indirekte Messung: Gemäß Auswertevorschrift, z.B. $Y = \frac{X_{IND}}{Z_{IND}}$

1

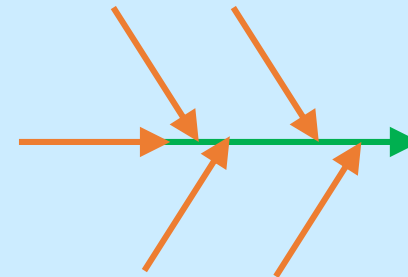
Beschreiben der **realen Messung**: Ergänzen der vorher identifizierten Einflüsse

z.B. $Y = X_{IND} - \Delta x_1 - \Delta x_2 + \delta x_1 + \delta x_2$ oder $Y = \frac{X_{IND}}{Z_{IND}} \cdot K_1 \cdot K_2$

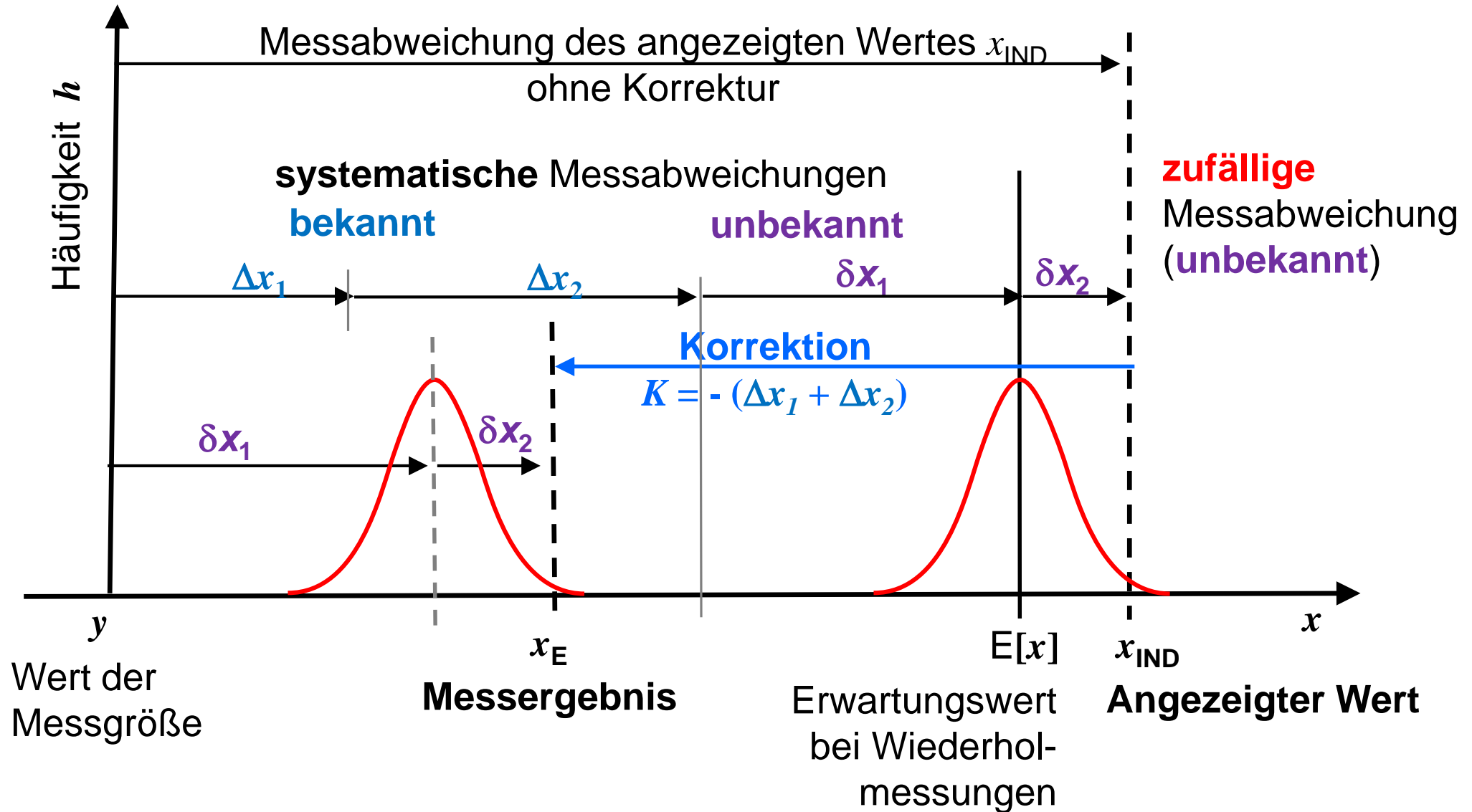
Typische Einflussgrößen: 5M

- Mensch (personenabhängige Einflüsse)
- Methode (Messverfahren etc.)
- Material (Werkstück)
- Maschine (Messgerät, Normale!)
- Mitwelt (Umgebungseinflüsse)

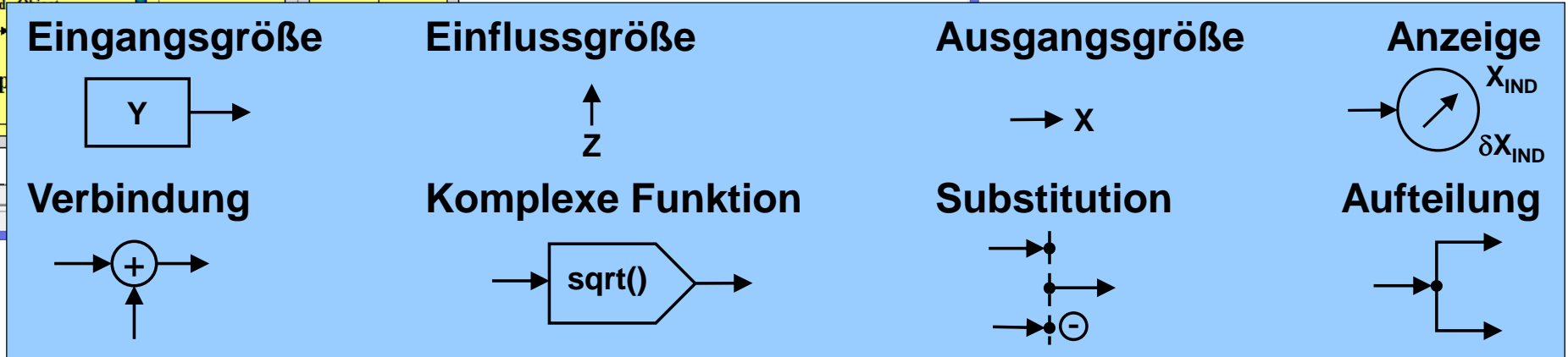
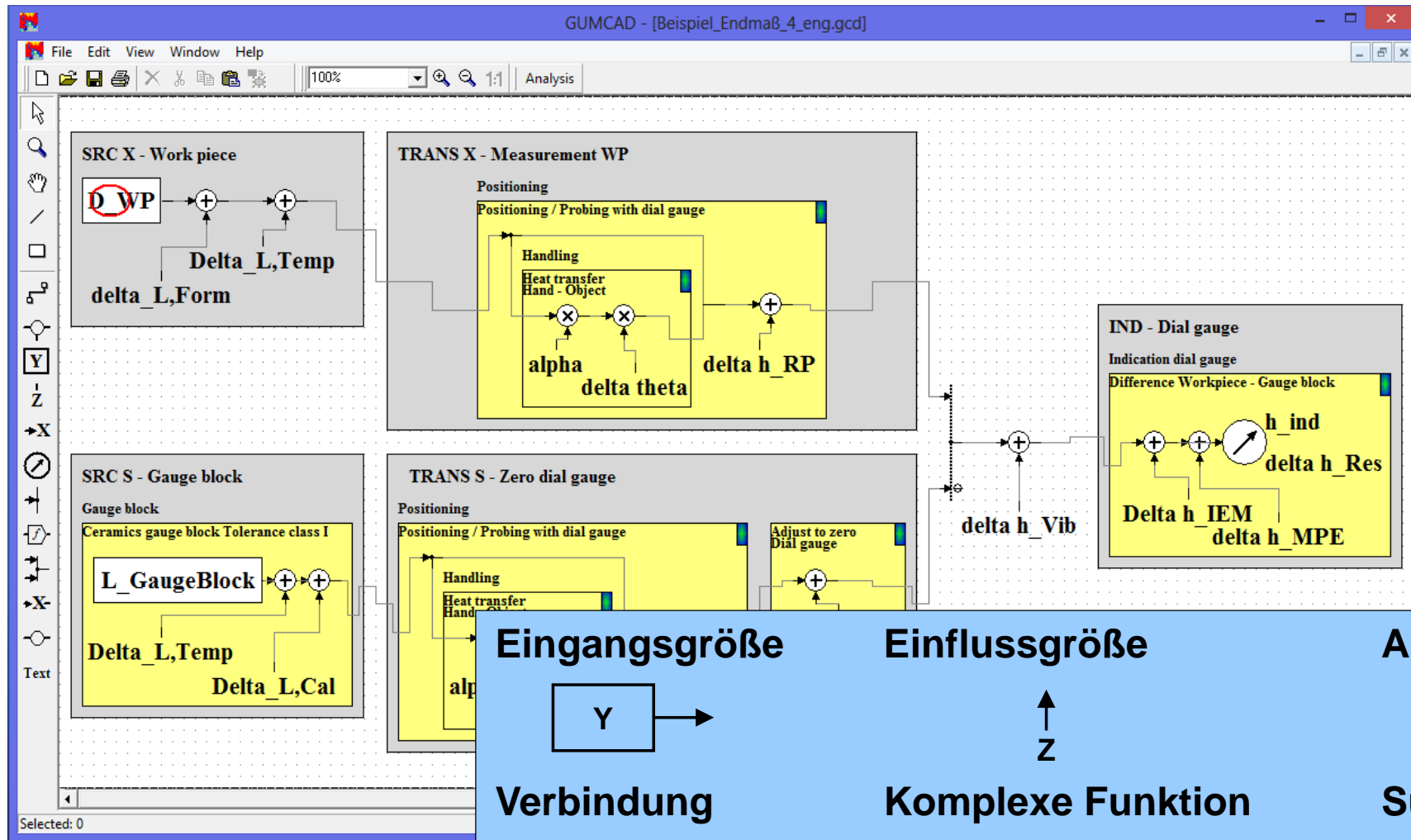
2



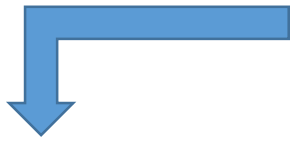
Bekannte und unbekannte Auswirkung von Einflussgrößen



Graphische Modellierung für komplexe Messungen



Einschätzen der Einflussgrößen nach GUM

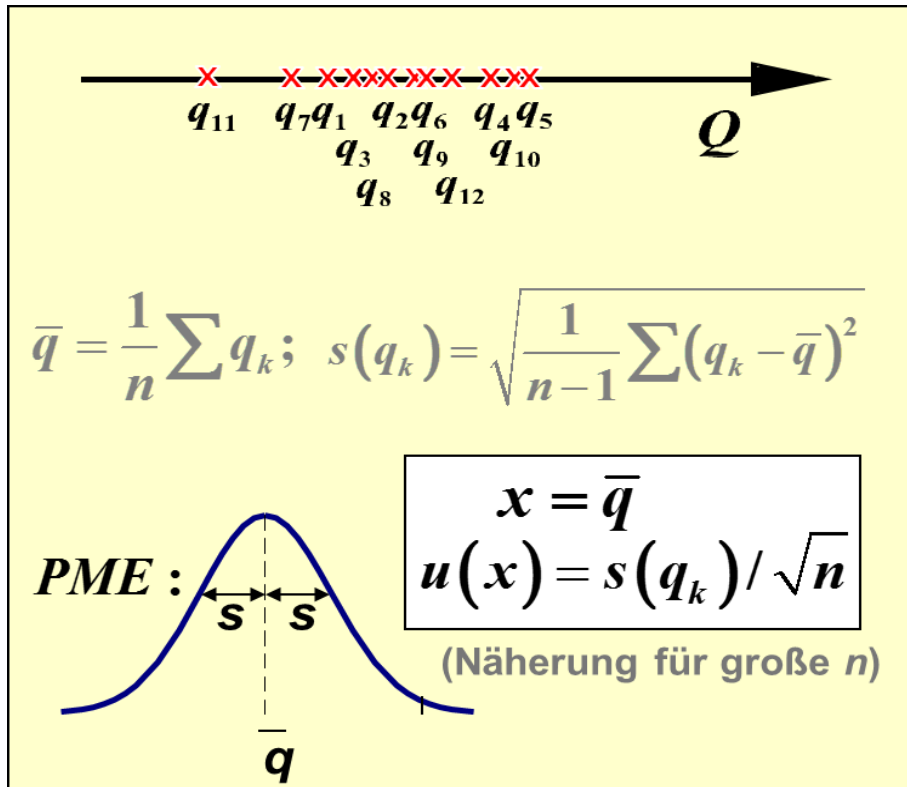


Methode je nach Art der Kenntnisse



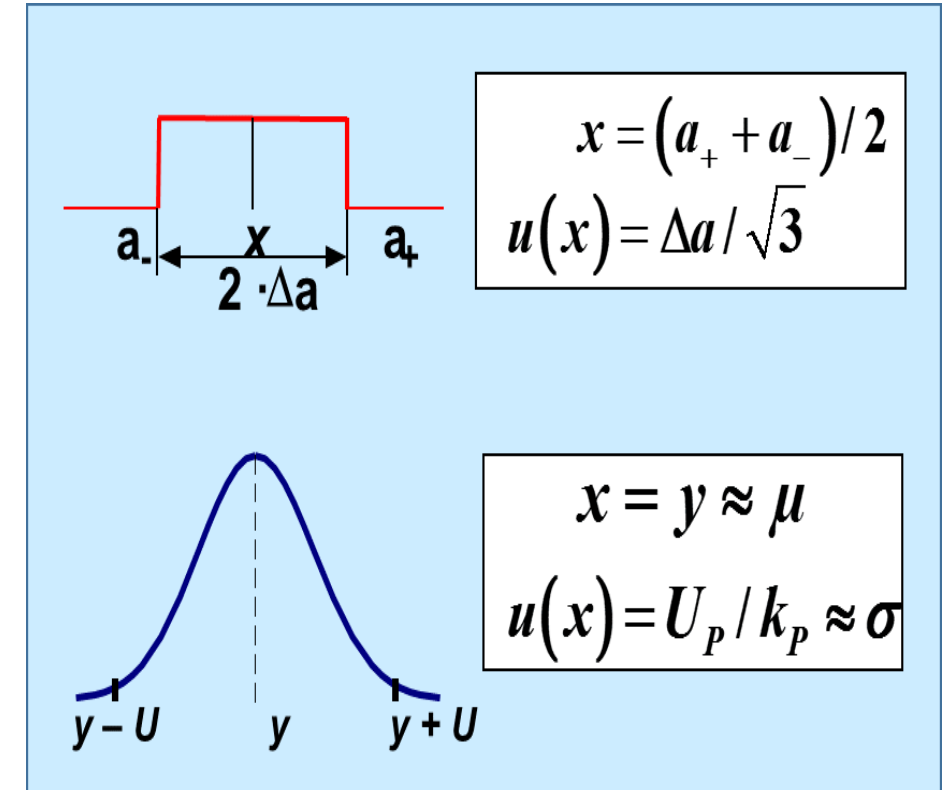
Typ A: Statistischer Art

Beispiel: Messreihe



Typ B: Nichtstatistischer Art

Beispiel: Angabe im Kalibrierschein



Beschreiben von Einflüssen auf die Unsicherheit (1) – Berücksichtigung von Wiederholmessungen

Bestehende Kenntnisse über die Einflussgröße	Methode / Verteilung	Erwartungswert	Unsicherheitsbeitrag	Typisches Beispiel
Eine Reihe von n möglichen Werten x_i die bei jeder Messung erfasst werden	Typ A	$b = \bar{x} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n}$	$u = \frac{s}{\sqrt{n}}$ $= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n \cdot (n - 1)}}$	Bestimmung eines Messergebnisses aus mehreren Ablesungen

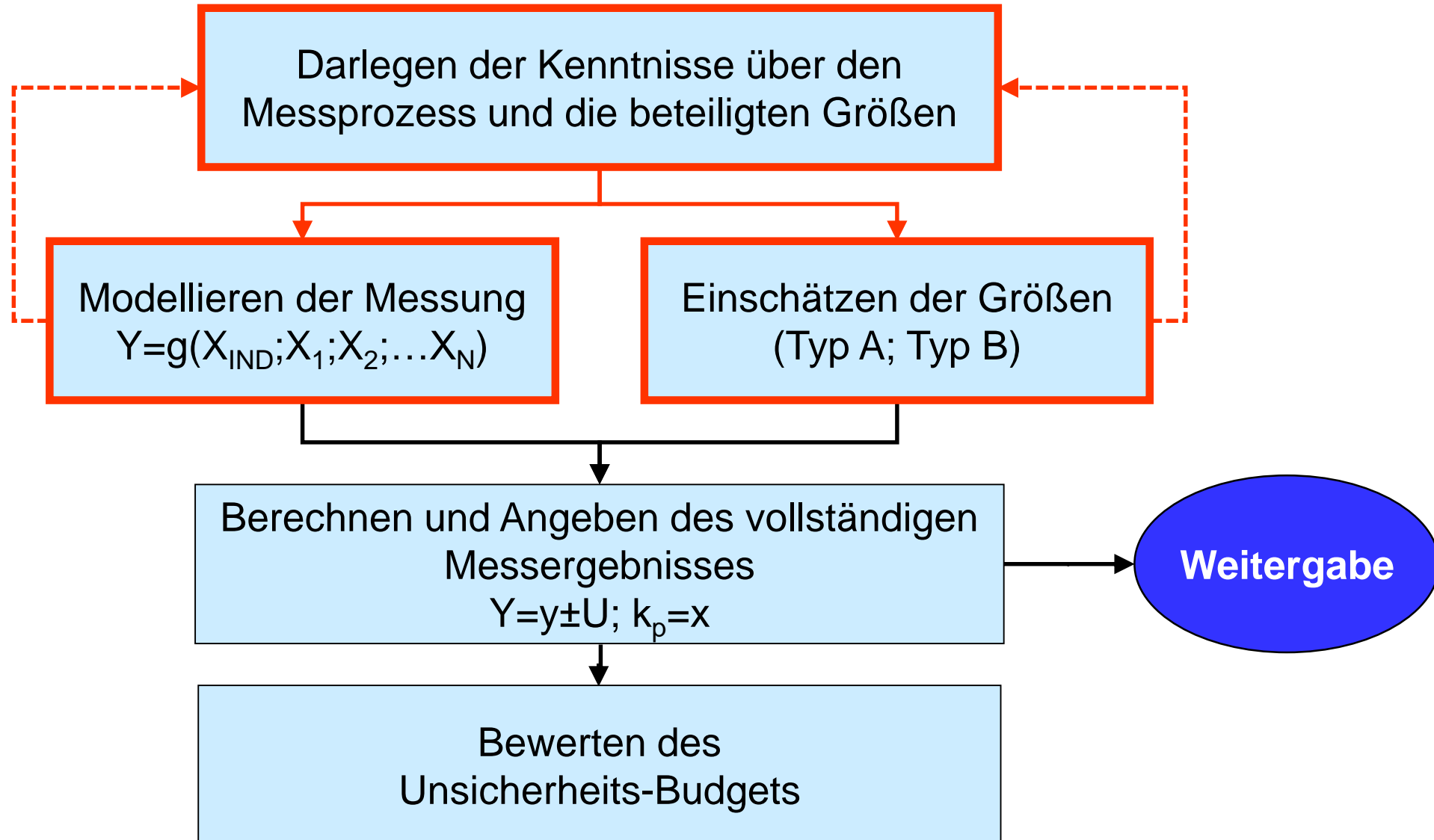
Beschreiben von Einflüssen auf die Unsicherheit (2) – Nichtstatistische Informationen

Bestehende Kenntnisse über die Einflussgröße	Methode / Verteilung	Erwartungswert	Unsicherheitsbeitrag	Typisches Beispiel
Nur Ober- und Untergrenze (OG; UG) bekannt	Typ B, Rechteckverteilung	$b = \frac{UG + OG}{2}$	$u = \frac{a}{\sqrt{3}};$ $a = \frac{OG - UG}{2}$	Auflösung, MPE, Systematische Abweichung, Arbeitsgenauigkeit der Klimaanlage
Wert x mit Unsicherheit U und Erweiterungsfaktor k	Typ B, Normalverteilung	$b = x$	$u = \frac{U}{k}$	Angaben im Kalibrierzertifikat für Normale
Mittelwert \bar{x} und Standardabweichung s der möglichen Werte x_i	Typ B, Normalverteilung	$b = \bar{x}$	$u = s$	Wiederholpräzision im Datenblatt

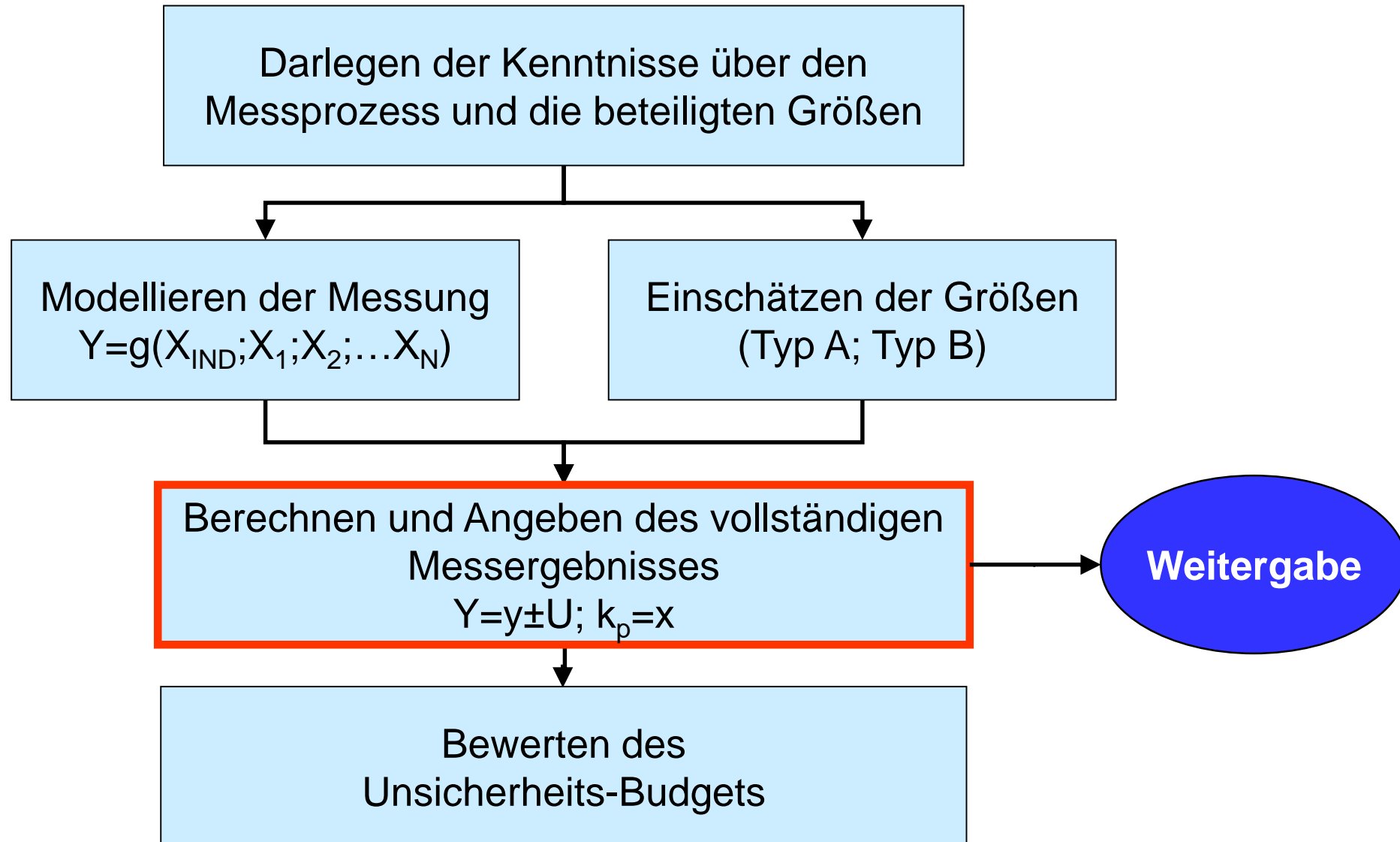
Beschreiben von Einflüssen auf die Unsicherheit (3) – Durchführung von Versuchsreihen

Bestehende Kenntnisse über die Einflussgröße	Methode / Verteilung	Erwartungswert	Unsicherheitsbeitrag	Typisches Beispiel
Eine Reihe von n Werten x_i	Typ B, Normalverteilung	$b = \bar{x} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n}$	$u = s = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$	Versuchsreihe zur Bestimmung des Handling-Einflusses
Mittelwert \bar{x} und Standardabweichung s der möglichen Werte x_i	Typ B, Normalverteilung	$b = \bar{x}$	$u = s$	Dokumentierte Auswertungen von früheren Versuchen

Reales Vorgehen zur Bestimmung der Messunsicherheit nach GUM



Systematisches Vorgehen zur Bestimmung der Messunsicherheit nach GUM



Berechnen und Angeben des vollständigen Messergebnisses

Statistische Auswertung der Modellgleichung

Standard-GUM: Gauß'sche Unsicherheitsfortpflanzung

$X_1: x_1, u(x_1)$ $X_2: x_2, u(x_2)$... $X_N: x_N, u(x_N)$

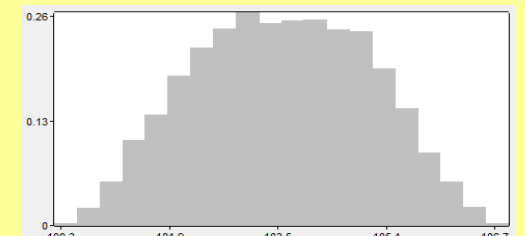
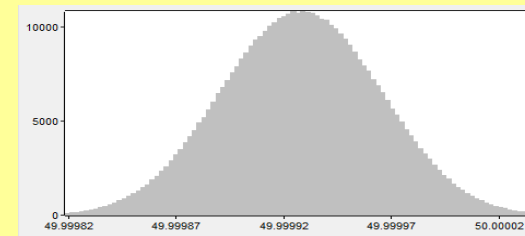
$$u_i(y) = \frac{\partial g()}{\partial x_i} \cdot u(x_i)$$

$$u_c(y)^2 = \sum_{i=1}^N u_i(y)^2 + 2 \cdot \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N u_i(y) \cdot u_j(y) \cdot r_{ij}$$

Analytische Berechnung

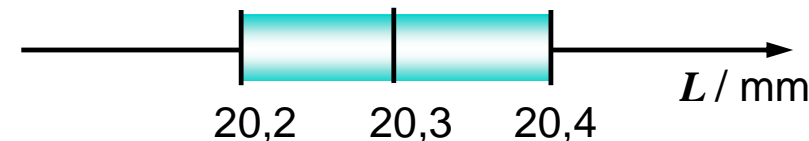
$$g_Y(\eta) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} g_{X_1, \dots, X_N}(\xi_1, \dots, \xi_N) \cdot \delta(\eta - f_Y(\xi_1, \dots, \xi_N)) \cdot d\xi_1, \dots, \xi_N$$

GUM Supplement 1: Monte-Carlo-Simulation



Bestimmung des „besten Schätzwerts“ und seiner Unsicherheit
 $y; u(y)$

$$L = (20,3 \pm 0,1) \text{ mm}; (k_p = 2)$$



Berechnung üblicherweise mit entsprechender Software

GUM Workbench Pro - DAKKS-DKD Beispiel Endmaßkalibrierung.smu

Gleichung:

$$l_x = l_s + \delta l_D + \delta l + \delta l_C - L \cdot (\alpha_{\text{quer}} \cdot \delta t + \delta \alpha \cdot \Delta t_{\text{quer}}) - \delta l_V$$

$$\alpha_{\text{quer, Ber}} = (\alpha_x + \alpha_s) / 2;$$

$$\delta t_{\text{Ber}} = t_x - t_s;$$

$$\delta \alpha_{\text{Ber}} = \alpha_x - \alpha_s;$$

$$\Delta t_{\text{quer, Ber}} = (t_x + t_s) / 2 - t_0$$

Größe	Einheit	Definition
l_x	mm	Länge des kalibrierten Endmaßes
l_s	mm	Länge des Referenzmaßes bei der Bezugstemperatur $t_0 = 20^\circ\text{C}$ gemäß seinem Kalibrierschein
δl_D	mm	Längenänderung des Referenzmaßes seit seiner letzten Kalibrierung infolge von Drift
δl	mm	beobachtete Längendifferenz zwischen dem unbekanntem Endmaß und dem Referenzendmaß
δl_C	mm	Korrektur hinsichtlich einer Nichtlinearität und eines Offset des Längenkomparators
L	mm	
α_{quer}	K^{-1}	
δt	K	
$\delta \alpha$	K^{-1}	

GUM Workbench Pro - DAKKS-DKD Beispiel Endmaßkalibrierung.smu

Messunsicherheits-Budget:

Größe	Wert	Standardmessunsicherheit	Verteilung	Sensitivitätskoeffizient	Unsicherheitsbeitrag	Index
l_s	50.0000200 mm	$15.0 \cdot 10^{-6}$ mm	Normal	1.0	$15 \cdot 10^{-6}$ mm	22.0 %
δl_D	0.0 mm	$12.2 \cdot 10^{-6}$ mm	Dreieck	1.0	$12 \cdot 10^{-6}$ mm	14.7 %
$c_{\text{nm/mm}}$	$1.0 \cdot 10^{-6}$ mm/nm					
δl	-92.00 nm	3.74 nm	Normal	$1.0 \cdot 10^{-6}$	$3.7 \cdot 10^{-6}$ mm	1.4 %
δl_C	0.0 mm	$18.5 \cdot 10^{-6}$ mm	Rechteck	1.0	$18 \cdot 10^{-6}$ mm	33.4 %
L	50.0 mm					
α_{quer}	$11.500 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$	$577 \cdot 10^{-9} \text{ K}^{-1}$	Rechteck	0.0	0.0 mm	0.0 %
δt	0.0 K	0.0289 K	Rechteck			
$\delta \alpha$	0.0 K^{-1}	$1.15 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$	Rechteck			
Δt_{quer}	0.0 K	0.289 K	Rechteck			
l_x	49.9999280 mm	$32.0 \cdot 10^{-6}$ mm				

Achtung: Einige Sensitivitätskoeffizienten sind null oder ungültig!

Ergebnis:
 Wert: Erw. Messunsicherheit: Erweiterungsfaktor: Überdeckung:

C:\Users\teresa\Documents\Metrodata\Seminare Messunsicherheit\DAKKS-DKD Beispiel Endmaßkalibrierung.smu

geändert

GUM Workbench Pro - DAKKS-DKD Beispiel Endmaßkalibrierung.smu

Temperatur des Referenzmaßes
 L: Typ B
 Verteilung: Rechteck
 Wert: [22] °C
 Halbreite der Grenzen: [0,5] °C

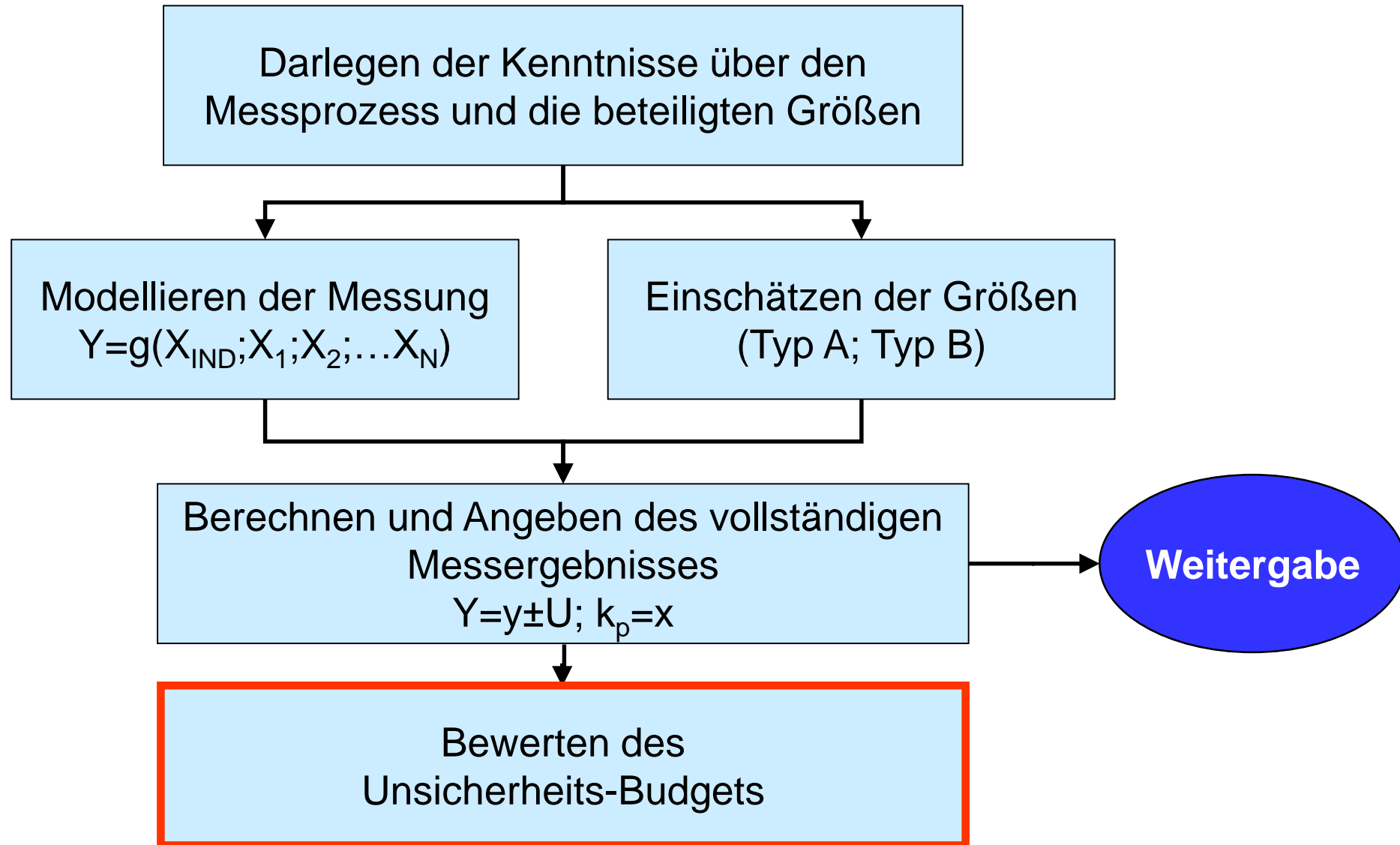
Beschreibung | Bild 1
 Referenzmaß wird im Messraum aufbewahrt; die erwartete Temperatur entspricht der Temperatur im Messraum
 Verteilung: Modellierung als Rechteckverteilung, da nur Abschätzung der Grenzen möglich
 Erwartungswert: Mittlere Raumtemperatur des Messraums (22°C laut Aufzeichnung Monat August)
 Halbreite der Grenzen:

l_x | $\alpha_{\text{quer, Ber}}$ | δt_{Ber} | $\delta \alpha_{\text{Ber}}$ | $\Delta t_{\text{quer, Ber}}$

Anzahl der Monte Carlo Durchläufe: 2000000

Übertragen | Abbruch

Systematisches Vorgehen zur Bestimmung der Messunsicherheit nach GUM



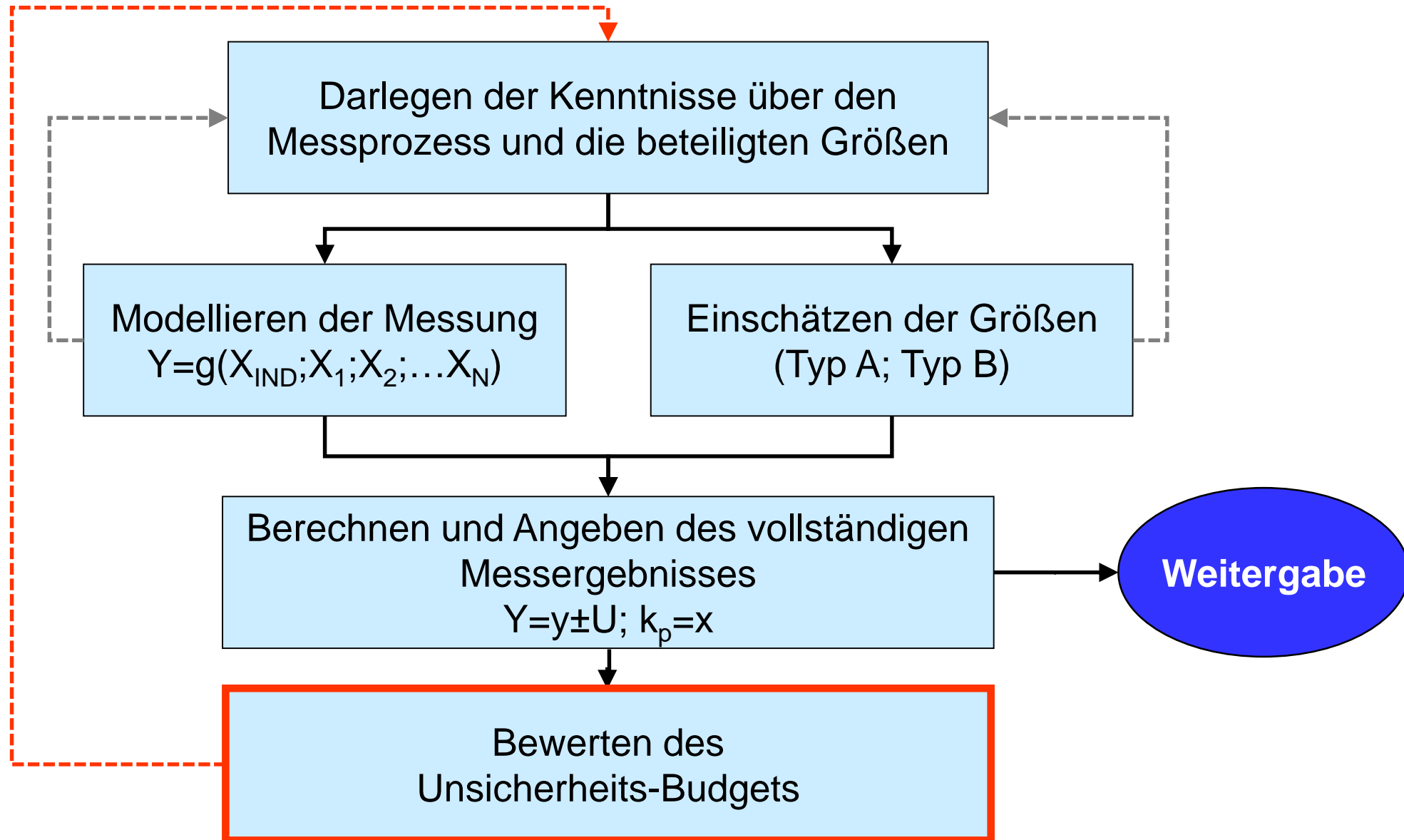
Bewerten des Messunsicherheitsbudgets

Größe	Schätzwert	Standard- messunsicherheit	Verteilung	Sensitivitäts- koeffizient	Unsicherheits- beitrag
X_i	x_i	$u(x_i)$		c_i	$u_i(y)$
l_s	50,000 020 mm	15 nm	Normal	1,0	15,0 nm
δl_D	0 mm	12,2 nm ³	Dreieck ³	1,0	12,2 nm ³
$\delta \alpha \cdot \Delta \bar{t}$	0	0,236 x 10 ⁻⁶	-	50 mm	-11,8 nm
δl_V	0 mm	3,87 nm	Rechteck	-1,0	-3,87 nm
l_x	49,999 926 mm				34,3 nm ³

Vergleich der berechneten Messunsicherheit mit einer Zielunsicherheit

- Identifizieren der Haupteinflussfaktoren
- Beschreibung überprüfen und ggf. Größen genauer beschreiben
- Gezieltes Reduzieren der maßgeblichen Einflüsse

Reales Vorgehen zur Bestimmung der Messunsicherheit nach GUM



Möglichkeiten zur Plausibilitätsprüfung

Einheiten

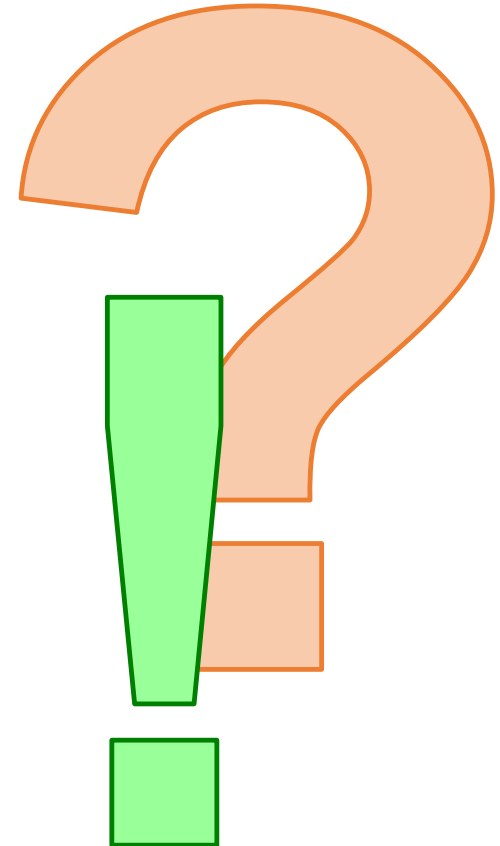
- Hat die berechnete Messgröße die erwartete Einheit?
- Haben alle miteinander kombinierten Größen passende Einheiten?

Werte

- Liefert das Modell den selben Wert wie die “normale” Auswertung?
- Passen meine Erfahrungswerte zu den Ergebnissen?
- Lassen sich die verwendeten Informationen belegen und nachvollziehen?

Kollegen

- Versteht auch ein Kollege / der Auditor meine Messunsicherheitsanalyse?



Zusammenfassung

Vorgehen für die Messunsicherheitsanalyse

- ✓ **A: Analysieren** der Messaufgabe und des Messprozesses
- ✓ **B: Beschreiben** der Einflüsse nach festgelegten Regeln
- ✓ **C: Computer** zum Rechnen einsetzen

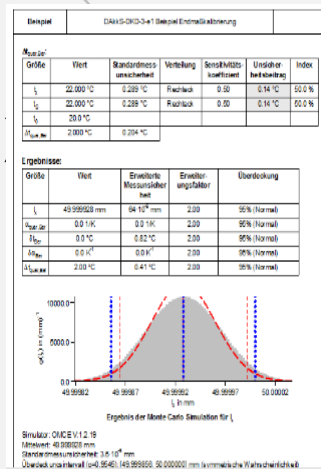
Zusammenfassung

Vorgehen für die Messunsicherheitsanalyse

- ✓ **A: Analysieren** der Messaufgabe und des Messprozesses
- ✓ **B: Beschreiben** der Einflüsse nach festgelegten Regeln
- ✓ **C: Computer** zum Rechnen einsetzen

Weiterführende Konzepte

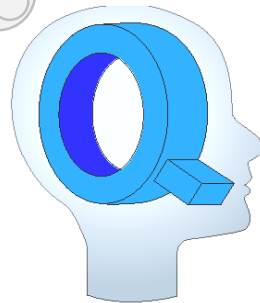
- D: dY/dx_i als Sensitivitätskoeffizienten
- ...
- M: Monte-Carlo-Simulation
- ...
- X: X_{IND} , Angezeigter Messwert und X_i , Einflussgrößen kennen
- Y: Y, Eigentliche Messgröße kennen
- Z: Zauberei (nicht empfohlen)



$u_j(y) \cdot r_{ij}$



Vielen Dank für Ihr Interesse! Fragen?



Munich
Calibration Day
München
19.10.2016

Kontakt:
Teresa Werner
Metrodata GmbH
teresa.werner@metrodata.de
www.metrodata.de