

XII Kalibrieren von Induktivitäten und Kapazitäten

XII.1 Kalibrierung von Kapazitäten

XII.1.1 Direkte C-Messung an HP4284A

Zur Messung von Reaktanzen dient die Messbrücke HP4284A, die an den zur Verfügung stehenden Bezugsnormalen von General Radio im Bereich von 100pF bis 1µF rückverfolgbar kalibriert ist.



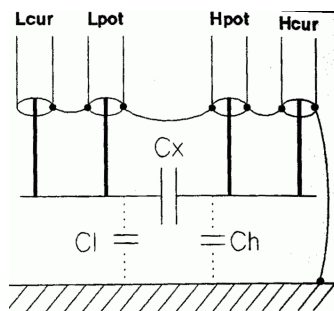
Bild XII.1 Präzisionsmessbrücke HP 4284A

XII.1.1.1 Messverfahren

Die Messbrücke ist mit der entsprechenden Messleitung HP16048A, 1 Meter, ausgerüstet. Es handelt sich hierbei um einen Viertoranschluss (Hp – Lp – Hc – Lc) geschirmter Einzelleitungen mit BNC-Stecker. Durch verschiedene z.T. eigens konstruierte Adapter sind Aufnahmen unterschiedlicher Kapazitäten möglich. Es stehen BNC-T-Stücke zum zweipoligen Übergang, BNC-Banane-Stecker, BNC-Kupplungen, und spezielle Klemmlaschen mit BNC-Buchsen (s.Bild XI.1b) zur Verfügung. Um Streukapazitäten so gering

wie möglich zu halten müssen die Schirme der Messleitungen in der Nähe der Anschlüsse miteinander verbunden (Bild XII.2) und ungeschirmte Leitungsstrecken so kurz wie möglich gehalten werden. Falls Herstellerangaben andere Verfahrensweisen vorschlagen werden diesen Angaben beachtet und ggf. im Kalibrierschein vermerkt.

Nach einer Aufwärmphase von mindestens 30 Minuten muss Zunächst die Offset-Korrektur am Gerät durchgeführt werden. Dazu wird mit „CORRECTION OPEN und „CORRECTION SHORT“ die Null-Korrektur aktiviert. Die offen-Korrektur erfolgt zusammen mit dem jeweiligen Messadapter und offenen Enden auf isolierter Unterlage (z.B. wie Bild XI.1b). SHORT wird mit Kurzschlussbrücke über den Enden des Adapters gemessen (Kap. XII.2 , Bild XII.3b). Die Nullung sollte vor Beginn der Messung durchgeführt werden. Bei Kapazitäten <1000pF wird -um eine Aussage über Reproduktion der Ergebnisse zu gewinnen- sogar kurz vor jedem Verbinden des Kalibriergegenstandes die Korrektur erneut aktiviert.



Grounded Conductor
Bild XII.2 Anschluss an HP4284A

Optimale Ergebnisse und Reproduzierbarkeit liefern folgende Einstellungen an der Messbrücke:

FUNCTION $C_p - R_p$
INT LONG
AVG 4
ALC ON
CORRECTION OPEN ON
CORRECTION SHORT ON
Level = 1 V
Level = 50 mV

Messung im Schaltkreismodus C-Parallel
Integrationszeit maximal
Mittelwertbildung mit n=4
Automatisches Konstanthalten des Messpegels über Frequenz
Offset-Korrektur nach offen-Messung
Offset-Korrektur nach Kurzschluss-Messung
optimaler Testpegel des Oszillators an der Brücke
 $C_{1\text{ kHz}} \geq 10 \mu\text{F}$
 $C_{10\text{ kHz}} \geq 1 \mu\text{F}$

Ausgabe:	erstellt	geprüft/ genehmigt	Kapitel	Seite
5.5.11	von: PF am: 08.01.09	von: PF am: 08.01.09	XII Kalibrierung von LC-Normalen.	1 von 10

Level = 5 V

Der maximal mögliche Strom (bei $|Z| \leq 15 \Omega$) der Messbrücke bzw. am Standard erfordern die Reduktion der Messspannung und führen zu einer erhöhten Brückenunsicherheit.

$C_{100\text{Hz}} < 5 \text{ nF}$
 $C_{1\text{kHz}} < 500 \text{ pF}$
 $C_{10\text{kHz}} < 50 \text{ pF}$

Frequenz

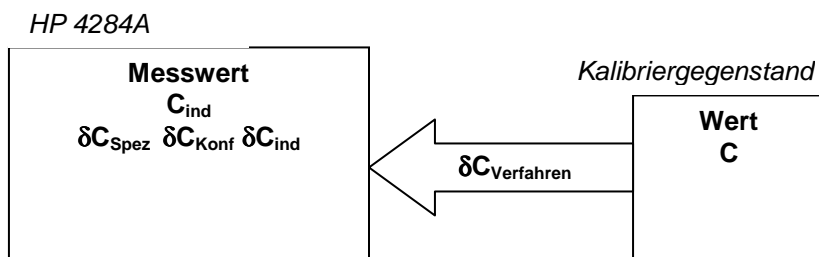
Reaktanzen $|Z| > 500 \text{ k}\Omega$ werden mit höherer Messspannung gemessen
 100 Hz, 1 kHz, 10 kHz

Als Messwert wird schließlich der Mittelwert aus mehreren Einzelmessungen erfasst. Schwankungen des Messwertes fließen als Typ A Unsicherheiten im Messunsicherheitsbudget ein.

XII.1.1.2 Messunsicherheitsbudget

Berechnung der kleinsten angebbaren Messunsicherheit des in Kapitel XII.1.1.1 beschriebenen Verfahrens.

Skizze des Messaufbaus:



Abgelesene Größe:

C_{ind} Gemessener (abgelesener) Wert an der Brücke
 Ergebnisse der Kapazitätsmessung werden über eine Stichprobenlänge $n > 2$ reproduziert und gemittelt. Die Standardabweichung wird geometrisch zu den Unsicherheitsbeträgen addiert (Typ A Unsicherheiten).

Gesuchte Größe:

C Wert der zu messenden Kapazität

Modellgleichung:

$$C = C_{ind} + \delta C_{Spez} + \delta C_{Konf} + \delta C_{Verfahren}$$

$$\left| \frac{\partial(C)}{\partial C_i} \right| = c_i = 1$$

Für die dem Ergebnis beizuordnende Standardmessunsicherheit ergibt sich daraus:

$$u^2(C) = u^2(C_{ind}) + c_{Konf}^2 u^2(\delta C_{Konf}) + c_{Spez}^2 u^2(\delta C_{Spez}) + c_{Verfahren}^2 u^2(\delta C_{Verfahren})$$

Die Zahlenwerte der Berechnungen für die einzelnen Messgrößen sind der Tabelle

- „Messunsicherheiten Tabelle XII.1.1 Kalibrieren von Kapazitätsstandards in Direktmessung.XLS“

zu entnehmen, die Ergebnisse sind im Leistungsnachweis aufgeführt.

Ausgabe:	erstellt	geprüft/gegenehmigt	Kapitel	Seite
5.5.11	von: PF am: 08.01.09	von: PF am: 08.01.09	XII Kalibrierung von LC-Normalen.	2 von 10

XII.1.2 C-Kalibrierung im Substitutionsverfahren

XII.1.2.1 Messverfahren

Im Substitutionsverfahren können mit den zur Verfügung stehenden Kapazitätsstandards von General Radio andere Standards **gleicher Anschlussebene** verglichen und kalibriert werden. Dazu wird mit der hochauflösenden Präzisionsmessbrücke HP 4284A (Bild XII.1) der Wert des Kalibriergegenstandes mit dem des Normals verglichen. Dabei müssen die Messungen unmittelbar hintereinander erfolgen und der gleiche Messaufbau (Messparameter) verwendet werden (Kabel, Nullung, Anzeigeparameter). Die Messbrücke ist so einzustellen (Messpegel, Frequenz) und anzuschliessen (s.a. XI.1), dass die Werte aus dem Kalibrierschein des Bezugsnormals verwendet werden können. Der Referenzwert des Standards wird ebenfalls dem Kalibrierschein entnommen. Bei dieser Messmethode dient die Messbrücke als reines Anzeigeinstrument, so dass Ungenauigkeiten aus dem Messanschluss und der Brücke selbst minimiert werden. Die Auswertung der Messwerte an der Messbrücke geschieht durch Mittelung über mehrere Messungen im Modus „INTEGR LONG“ und ggf. der Aktivierung der „AVERAGE“ Funktion. Die Anzeige sollte im Rahmen der gewünschten Messunsicherheit stabil sein, um eine gültige Aussage über den Messwert treffen zu können.

Bestimmt wird zunächst der Anzeigewert ($X_{ind,1}$) bei Anschluss des Bezugsnormals (Wert X_1 aus dem Kalibrierschein) und daraus die Abweichung der Anzeige vom Kalibrierwert ($\Delta X_{ind,1} = X_{ind,1} - X_1$). Dabei wird angenommen, dass diese Abweichung im betreffenden (sehr kleinen) Messbereich immer konstant ist. Unmittelbar danach erfolgt die Messung am Kalibriergegenstand ($X_{ind,2}$). Durch Vergleich der beiden angezeigten Werte kann durch die Formel

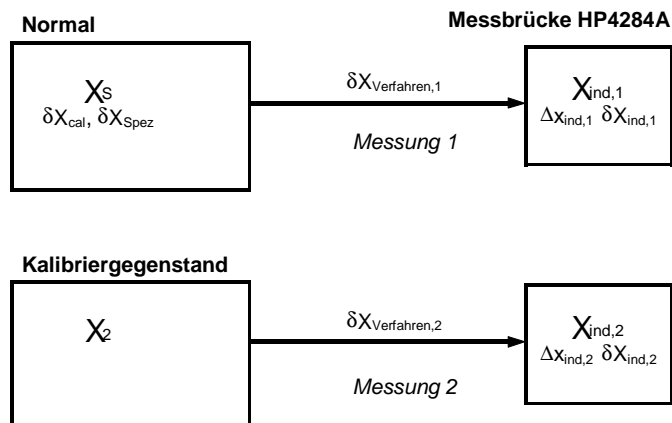
$$X_1 - X_{ind,1} + X_{ind,2} = X_{ind,2} - \Delta X_{ind,1} = X_2$$

der tatsächliche Wert des Kalibriergegenstandes angegeben werden.

Als Messwert wird schließlich der Mittelwert aus mehreren Einzelmessungen erfasst. Schwankungen der Messwerte fließen als Typ A Unsicherheiten im Messunsicherheitsbudget ein.

XII.1.2.2 Messunsicherheitsbudget

Skizze des Messaufbaus:



Vorgegebene bzw. abgelesene Größen:

- X_s Kalibrierwert des Standards. Die tatsächliche Abweichung des Standards vom dokumentierten Kalibrierwert wird mit dem aus dem Kalibrierschein entnehmbaren Unsicherheitsintervall $u(\delta X_{cal})$ zu Null geschätzt. Der Kalibrierschein enthält darüber hinaus Angaben über den Erweiterungsfaktor und die Wahrscheinlichkeitsverteilung (i.d.R. Normal $k=2$)
- X_2 Wert des Kalibriergegenstandes
- $X_{ind,1}$ Abgelesener Wert an der Brücke bei Messung der Referenz
- $X_{ind,2}$ Abgelesener Wert bei Messung des Kalibriergegenstandes

Gesuchte Größe:

- X_2 Wert des Kalibriergegenstandes

Ausgabe:	erstellt	geprüft/genehmigt	Kapitel	Seite
5.5.11	von: PF am: 08.01.09	von: PF am: 08.01.09	XII Kalibrierung von LC-Normalen.	1 von 10

Die Zahlenwerte der Berechnungen für die einzelnen Messgrößen sind der Tabelle

- „Messunsicherheiten Tabelle XII.1.2 Kalibrieren von Kapazitätsstandards im Substitutionsverfahren.XLS“

zu entnehmen, die Ergebnisse sind im Leistungsnachweis aufgeführt.

Ausgabe:	erstellt	geprüft/genehmigt	Kapitel	Seite
5.5.11	von: PF am: 08.01.09	von: PF am: 08.01.09	XII Kalibrierung von LC-Normalen.	2 von 10

XII.2 Kalibrierung von Induktivitäten

XII.2.1 Direkte L-Messung an HP4284A

Ähnlich wie die Kalibrierung von Kapazitäten erlaubt die Präzisionsmessbrücke HP4284A die direkte Messung von Induktivitäten.

XII.2.1.1 Messverfahren

Analog zu dem in Kapitel XII.1.1.1 beschriebenen Messverfahren für Kapazitäten werden Induktivitäten über das Messkabel HP16048A im Vierpolanschluss an der Messbrücke gemessen. Über die zur Verfügung stehenden Messaufnehmer (BNC-T-Stücke zum zweipoligen Übergang, BNC-Banane-Stecker, BNC-Kupplungen, spezielle Klemmlaschen mit BNC-Buchsen) werden die zu vermessenden Induktivitäten adaptiert. Zuvor muss die OFFSET-Korrektur an der Messbrücke durchgeführt werden. Dazu ist ein Kurzschluss über dem jeweiligen Messadapter einzufügen um danach über CORRECTION SHORT die Null-Messung durchführen zu können. Als Kurzschluss dienen wiederum selbstangefertigte Bauteile (Kurzschluss über Banane, BNC, Klemmschuh, s. Bild XII.3a bis c) um möglichst wenige zusätzlichen Leitungslängen in den zu nullenden Messaufbau einzufügen.



Bild XII.3a Kurzschluss koaxial, ggf. auch 2-polig an BNC-T-Stück



Bild XII.3b Kurzschluss an Messschuh

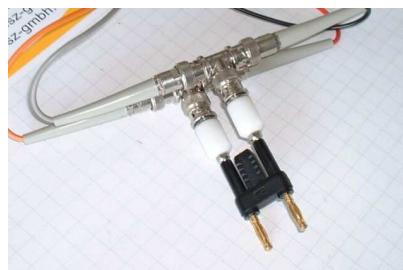


Bild XII.3c Kurzschluss über Banane

Optimale Ergebnisse und Reproduzierbarkeit liefern folgende Einstellungen an der Messbrücke:

FUNCTION $L_s - R_s$	Messung im Schaltkreismodus L-Serie
INT LONG	Integrationszeit maximal
AVG 4	Mittelwertbildung mit n=4
ALC ON	Automatisches Konstanthalten des Messstroms über Frequenz
CORRECTION SHORT ON	Offset-Korrektur nach Kurzschluss-Messung
CORRECTION OPEN ON	Offset-Korrektur nach Offen-Messung

Level an der Brücke:

Die geringsten Messungenauigkeit wird von HP im Pegelbereich 0,3 V bis 1 V angegeben. Die Stromereinstellungen ergeben sich in Abhängigkeit von gemessener Induktivität und Frequenz gemäß unten stehender Tabelle:

100Hz		1 kHz		10 kHz	
$1 \text{ mH} \leq L_{100\text{Hz}} < 30 \text{ mH}$	50 mA	$100 \text{ } \mu\text{H} \leq L_{1\text{kHz}} < 3 \text{ mH}$	50 mA	$100 \text{ } \mu\text{H} \leq L_{10\text{kHz}} < 0,3 \text{ mH}$	50 mA
$30 \text{ mH} \leq L_{100\text{Hz}} < 80 \text{ mH}$	20 mA	$3 \text{ mH} \leq L_{1\text{kHz}} < 8 \text{ mH}$	20 mA	$0,3 \text{ mH} \leq L_{10\text{kHz}} < 0,8 \text{ mH}$	20 mA
$80 \text{ mH} \leq L_{100\text{Hz}} < 0,3 \text{ H}$	5 mA	$8 \text{ mH} \leq L_{1\text{kHz}} < 30 \text{ mH}$	5 mA	$0,8 \text{ mH} \leq L_{10\text{kHz}} < 3 \text{ mH}$	5 mA
$0,3 \text{ H} \leq L_{100\text{Hz}} < 0,8 \text{ H}$	2 mA	$30 \text{ mH} \leq L_{1\text{kHz}} < 80 \text{ mH}$	2 mA	$3 \text{ mH} \leq L_{10\text{kHz}} < 8 \text{ mH}$	2 mA
$0,8 \text{ H} \leq L_{100\text{Hz}} < 1 \text{ H}$	500 μA	$80 \text{ mH} \leq L_{1\text{kHz}} < 0,3 \text{ H}$	500 μA	$8 \text{ mH} \leq L_{10\text{kHz}} < 30 \text{ mH}$	500 μA
		$0,3 \text{ H} \leq L_{1\text{kHz}} < 0,8 \text{ H}$	200 μA	$30 \text{ mH} \leq L_{10\text{kHz}} < 80 \text{ mH}$	200 μA
		$0,8 \text{ H} \leq L_{1\text{kHz}} < 1 \text{ H}$	50 μA	$80 \text{ mH} \leq L_{10\text{kHz}} < 0,3 \text{ H}$	50 μA
				$0,3 \text{ H} \leq L_{10\text{kHz}} < 0,8 \text{ H}$	20 μA
				$0,8 \text{ H} \leq L_{10\text{kHz}} < 1 \text{ H}$	5 μA

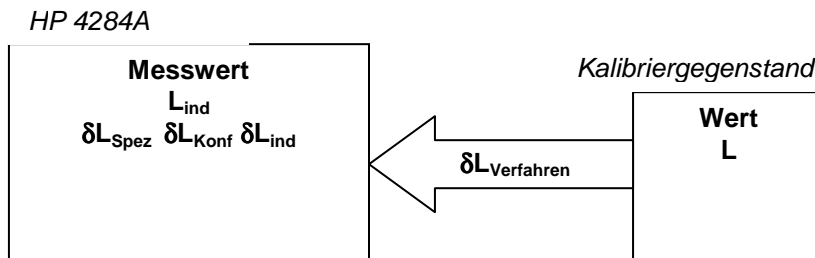
Als Messwert wird schließlich der Mittelwert aus mehreren Einzelmessungen erfasst. Schwankungen des Messwertes fließen als Typ A Unsicherheiten im Messunsicherheitsbudget ein.

Ausgabe: 5.5.11	erstellt von: PF am: 08.01.09	geprüft/ genehmigt von: PF am: 08.01.09	Kapitel XII Kalibrierung von LC-Normalen.	Seite 1 von 10
---------------------------	--	--	---	--------------------------

XII.2.1.2 Messunsicherheitsbudget

Berechnung der kleinsten angebbaren Messunsicherheit des in Kapitel XII.2.1.1 beschriebenen Verfahrens.

Skizze des Messaufbaus:



Abgelesene Größe:

L_{ind} Gemessener (abgelesener) Wert an der Brücke
Ergebnisse der Induktivitätsmessung werden über eine Stichprobenlänge $n > 2$ reproduziert und gemittelt. Die Standardabweichung wird geometrisch zu den Unsicherheitsbeträgen addiert (Typ A Unsicherheiten).

Gesuchte Größe:

L Wert der zu messenden Induktivität

Einflussgrößen

δL_{Spez} Die genaue Abweichung des Messwertes vom richtigen Wert an der Messbrücke ist nur an einzelnen Punkten im ganzen Messbereich bekannt. Bei Betrieb im variablen Messbereich wird die Abweichung daher zu Null und rechteckverteilt zwischen den aus den Herstellerangaben zu entnehmenden maximalen Abweichungen geschätzt. Die Unsicherheitsspezifikation von HP enthält entsprechende Beiträge für Grundgenauigkeit, Kabellängen, Temperatur, Messbereich, Messfrequenz, Testpegel usw. die hier nicht im einzelnen aufgeführt werden. Die genaue Aufstellung ist der Tabelle zur Unsicherheitsberechnung zu entnehmen.

δL_{Konf} Die Einhaltung der Herstellerspezifikation an den diskreten Kalibrierpunkten wurde durch die Kalibrierung der Messbrücke überprüft. Die Unsicherheit dieser Konformitätsaussage wird im Budget berücksichtigt und als Unsicherheitsbeitrag übernommen (Normalverteilt, Werte und k-Faktor aus dem Kalibrierschein)

δL_{ind} Rundungsabweichung aufgrund der begrenzten Auflösung der Messbrücke. Im „worst case“ ± 1 Digits der Anzeige. Die genaue Rundungsdifferenz ist nicht bekannt und wird daher zu Null und rechteckverteilt zwischen diesen Grenzen angenommen.

$\delta L_{Verfahren}$ Verfahrensbedingte Einflüsse der Anschlüsse des Messaufbaus beispielsweise Leitungslängen, thermoelektrische oder parasitäre Effekte der Messleitungen, Eingangsimpedanzen/-reaktanzen der Messanordnung, Offsetabweichung etc. Die Anteile werden zum Teil schon in δL_{Spez} berücksichtigt. Messungen an der Messbrücke ergaben nach durchgeführter Offset-Korrektur (SHORT-Messung) Schwankungen des Nullwertes bis $0,0055 \mu\text{H}$ innerhalb von 3 Minuten. Dieser Wert wird als Unsicherheitsintervall mit Rechteckverteilung für einen möglichen Verfahrensfehler bei optimaler Reproduzierbarkeit der Messwerte angenommen. Für $f=100$ Hz wird die bei der Rekalibrierung festgestellte maximale Abweichung (rel. $7 \cdot 10^{-4}$) als Grenze des Verfahrensfehlers angenommen.

Ausgabe:	erstellt	geprüft/genehmigt	Kapitel	Seite
5.5.11	von: PF am: 08.01.09	von: PF am: 08.01.09	XII Kalibrierung von LC-Normalen.	2 von 10

Modellgleichung:

$$L = L_{ind} + \delta L_{Spez} + \delta L_{Konf} + \delta L_{ind} + \delta L_{Verfahren}$$

$$\left| \frac{\partial(L)}{\partial L_i} \right| = c_i = 1$$

Für die dem Ergebnis beizuordnende Standardmessunsicherheit ergibt sich daraus:

$$u^2(L) = u^2(L_{ind}) + c_{Konf}^2 u^2(\delta L_{Konf}) + c_{Spez}^2 u^2(\delta L_{Spez}) + c_{Verfahren}^2 u^2(\delta L_{Verfahren}) + u^2(\delta L_{ind})$$

Tabellarische Darstellung des Messunsicherheitsbudget:

Größe	Schätzwert	Standardmessunsicherheit	Verteilung	Sensitivitätskoeffizient	Unsicherheitsbeitrag
X_i	x_i	$u(x_i)$		$ c_i $	$u_i(y)$
L_{ind}	l_{ind}	$U(L_{ind})$	Normal A		$u(l_{ind})$
δL_{Konf}	0	$U(\delta L_{Konf}) / k$	Normal	1	$u(\Delta l_{Konf})$
δL_{Spez}	0	$R(\delta L_{Spez}) / \sqrt{3}$	Rechteck	1	$u(\delta l_{Spez})$
$\delta L_{Verfahren}$	0	$R(\delta L_{Verfahren}) / \sqrt{3}$	Rechteck	1	$u(\delta l_{Verfahren})$
δL_{ind}	0	$R(\delta L_{ind}) / \sqrt{3}$	Rechteck	1	$u(\delta l_{ind})$
L	l				$u(l)$

Relative erweiterte Messunsicherheit (k=2):

$$U_{rel}(L) = 2 \frac{u(l)}{l}$$

Die Zahlenwerte der Berechnungen für die einzelnen Messgrößen sind der Tabelle

- „Messunsicherheiten Tabelle XII.2.1 Kalibrieren von Induktivitätsstandards in Direktmessung.XLS“

zu entnehmen, die Ergebnisse sind im Leistungsnachweis aufgeführt.

XII.2.2 L-Kalibrierung im Substitutionsverfahren

XII.2.2.1 Messverfahren

Im Substitutionsverfahren können analog zu Kapitel XII.1.2.1 mit den zur Verfügung stehenden Induktivitätsstandards von General Radio andere Standards gleicher Anschlussebene verglichen und kalibriert werden. Dazu wird mit der hochauflösenden Präzisionsmessbrücke HP 4284A (Bild XII.1) der Wert des Kalibriergegenstandes mit dem des Normals verglichen. Dabei müssen die Messungen unmittelbar hintereinander erfolgen und der gleiche Messaufbau (Messparameter) verwendet werden (Kabel, Nullung, Anzeigeparameter). Die Messbrücke ist so einzustellen (Messpegel, Frequenz) und anzuschließen (s.a. X.1), dass die Werte aus dem Kalibrierschein des Bezugsnormals verwendet werden können. Der Referenzwert des Standards wird ebenfalls dem Kalibrierschein entnommen. Die Auswertung der Messwerte an der Messbrücke geschieht durch Mittelung über mehrere Messungen im Modus „INTEGR LONG“ und ggf. der Aktivierung der „AVERAGE“ Funktion. Die Anzeige sollte im Rahmen der gewünschten Messunsicherheit stabil sein, um eine gültige Aussage über den Messwert treffen zu können.

Bestimmt wird zunächst der Anzeigewert ($X_{ind,1}$) bei Anschluss des Bezugsnormals (Wert X_1 aus dem Kalibrierschein) und daraus die Abweichung der Anzeige vom Kalibrierwert ($\Delta X_{ind,1} = X_{ind,1} - X_1$). Dabei wird angenommen, dass diese Abweichung im betreffenden (sehr kleinen) Messbereich immer konstant ist. Unmittelbar danach erfolgt die Messung am Kalibriergegenstand ($X_{ind,2}$). Durch Vergleich der beiden angezeigten Werte kann durch die Formel

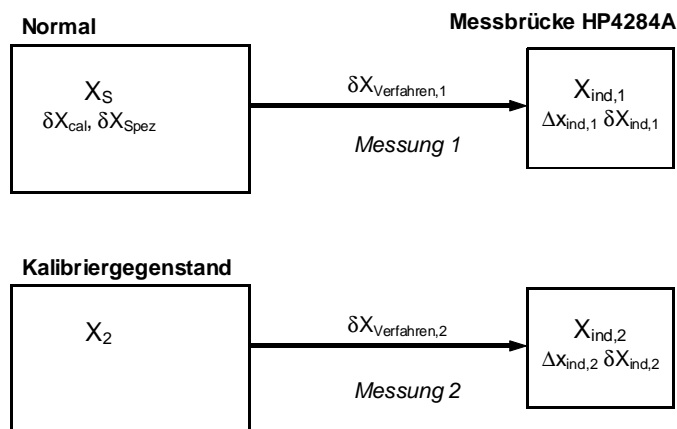
$$X_1 - X_{ind,1} + X_{ind,2} = X_{ind,2} - \Delta X_{ind,1} = X_2$$

der tatsächliche Wert des Kalibriergegenstandes angegeben werden.

Als Messwert wird schließlich der Mittelwert aus mehreren Einzelmessungen erfasst. Schwankungen der Messwerte fließen als Typ A Unsicherheiten im Messunsicherheitsbudget ein.

XII.2.2.2 Messunsicherheitsbudget

Skizze des Messaufbaus:



Vorgegebene bzw. abgelesene Größen:

X_s Kalibrierwert des Standards. Die tatsächliche Abweichung des Standards vom dokumentierten Kalibrierwert wird mit dem aus dem Kalibrierschein entnehmbaren Unsicherheitsintervall $u(\delta X_{cal})$ zu Null geschätzt. Der Kalibrierschein enthält darüber hinaus Angaben über den Erweiterungsfaktor und die Wahrscheinlichkeitsverteilung (i.d.R. Normal $k=2$)

X_2 Wert des Kalibriergegenstandes

$X_{ind,1}$ Abgelesener Wert an der Brücke bei Messung der Referenz

$X_{ind,2}$ Abgelesener Wert bei Messung des Kalibriergegenstandes

Gesuchte Größe:

X_2 Wert des Kalibriergegenstandes

Ausgabe:	erstellt	geprüft/genehmigt	Kapitel	Seite
5.5.11	von: PF am: 08.01.09	von: PF am: 08.01.09	XII Kalibrierung von LC-Normalen.	1 von 10

Einflussgrößen:

δX_{Drift} siehe Kapitel XI

$\delta X_{Verfahren,1}$
 $\delta X_{Verfahren,2}$ Verfahrensbedingte Einflüsse der Anschlüsse des Messaufbaus beispielsweise Leitungslängen, thermoelektrische oder parasitäre Effekte der Messleitungen, Eingangsimpedanzen/-reaktanzen der Messanordnung, Offsetabweichung etc.. Zum größten Teil hängen diese Unsicherheiten vom Kalibriergegenstand und der Verwendeten Messleitung / Messaufbau ab.

Es wird angenommen, dass die Verfahrensbedingten Abweichungen im kurzen Messintervall (unmittelbare Messung Normal gegen Kalibriergegenstand) konstant sind. Diese Annahme wurde durch Messungen an den Normalen bestätigt, wobei bei kleinen Werten im Zeitraum von ca. 5 Minuten eine Reproduzierbarkeit der Messwerte auf ca. 0,01µH genau möglich war. Dieser maximale Restanteil wird als Grenze eines rechteckverteilten Verfahrenseinfluss berücksichtigt.

$\delta X_{ind,1}$
 $\delta X_{ind,2}$ Rundungsabweichungen aufgrund der Auflösung der Messbrücke. Ausschlaggebend ist die niederwertigste Stelle der Anzeige (± 1 Digit). Für den „Worst Case“ wird bei Verwendung desselben Anzeigegerätes angenommen, dass die Rundungsabweichungen durch die Auflösung des Messgerätes genau entgegengesetzt gleich groß sind, also $\delta X_{ind,2} = -\delta X_{ind,1}$. Als Unsicherheitsintervall wird somit 2x1 Digit als Grenze einer Rechteckverteilung angenommen.

$\Delta X_{ind,1}$
 $\Delta X_{ind,2}$ Abweichung des Anzeigegerätes bei Messung 1 und 2. Dabei wird angenommen, dass diese Abweichung im betreffenden (sehr kleinen) Messbereich immer konstant ist, also $\Delta X_{ind,1} = \Delta X_{ind,2}$ gilt.

Modellgleichung:

Mit den oben aufgeführten Größen ergibt sich aus

$$X_{ind,1} - \Delta X_{ind,1} + \delta X_{ind,1} = X_S + \delta X_{Drift} + \delta X_{Verfahren,1} \text{ und}$$

$$X_{ind,2} - \Delta X_{ind,2} + \delta X_{ind,2} = X_2 + \delta X_{Verfahren,2}$$

mit $\Delta X_{ind,1} = \Delta X_{ind,2}$ bzw. $\delta X_{ind,1} - \delta X_{ind,2} = 2\delta X_{ind}$ und $\delta X_{Verfahren,1} - \delta X_{Verfahren,2} = \delta X_{Verfahren}$

die für die Berechnung der kleinsten angebbaren Messunsicherheit maßgebliche Modellgleichung mit

$$X_2 = X_S - X_{ind1} + X_{ind,2} + \delta X_{Drift} - 2\delta X_{ind} + \delta X_{Verfahren}$$

$$\left| \frac{\partial(X_2)}{\partial X_i} \right| = c_i$$

Messunsicherheitsbudget:

Für die dem Ergebnis beizuzordnende Standardmessunsicherheit ergibt sich daraus:

$$u^2(X_2) = u^2(x_{ind,1}) + u^2(x_{ind,2}) + c_{cal}^2 u^2(\delta X_{cal}) + c_{Drift}^2 u^2(\delta X_{Drift}) + c_{ind}^2 u^2(\delta X_{ind}) + c_{Verfahren}^2 u^2(\delta X_{Verfahren})$$

Ausgabe:	erstellt	geprüft/genehmigt	Kapitel	Seite
5.5.11	von: PF am: 08.01.09	von: PF am: 08.01.09	XII Kalibrierung von LC-Normalen.	2 von 10

Tabellarische Darstellung des Messunsicherheitsbudget:

Größe X_i	Schätzwert x_i	Standard- messunsicherheit $u(x_i)$	Verteilung	Sensitivitäts- koeffizient $ c_i $	Unsicherheits- beitrag $u_i(y)$
X_S	x_s	$U(\delta X_{cal}) / k$	Normal	1	$u(\delta X_{cal})$
$X_{ind,1}$	$x_{ind,1}$	$U(X_{ind,1})$	Normal A		$u(X_{ind,1})$
$X_{ind,2}$	$x_{ind,2}$	$U(X_{ind,2})$	Normal A		$u(X_{ind,2})$
δX_{Drift}	0	$R(\delta X_{Drift}) / \sqrt{3}$	Rechteck	1	$u(\delta X_{Drift})$
δX_{ind}	0	$R(\delta X_{ind}) / \sqrt{3}$	Rechteck	2	$u(\Delta X_{ind})$
$\delta X_{Verfahren}$	0	$R(\delta X_{Verfahren}) / \sqrt{3}$	Rechteck	1	$u(\Delta X_{Verfahren})$
X_2	$x_s -$ $x_{ind,1} + x_{ind,2}$				$u(\Delta X_2)$

Gemäß DKD-3:2002 Abschnitt 4 ergibt sich aus der Modellgleichung für die dem Ergebnis X_2 beizuordnende relative erweiterte Messunsicherheit ($k=2$):

$$W_{rel}(\Delta X_2) = 2 \frac{u(\Delta x_2)}{x_2} \text{ (bezogen auf den Messwert)}$$

Die Zahlenwerte der Berechnungen für die einzelnen Messgrößen sind der Tabelle

- „Messunsicherheiten Tabelle XII.2.2 Kalibrieren von Induktivitätsstandards im Substitutionsverfahren.XLS“

zu entnehmen, die Ergebnisse sind im Leistungsnachweis aufgeführt.